

Sveučilište u Zagrebu

Nastavnici na predmetu

Analiza uspješnosti na
prvom međuispitu iz Signala i sustava

FER, Zagreb, travanj 2007.

Dokument je podijeljen u dva dijela:

1. Prvi dio redom navodi sve zadatke s međuispita samo za grupu A. Za svaki zadatak je navedeno točno rješenje zadatka i uspješnost na ispitu. Također su navedeni slični zadaci koji su napravljeni na predavanjima i laboratorijskim vježbama, te zadaci koji su studentima zadavani za vježbu (tzv. riješeni zadaci za vježbu i zadaci za bodove iz aktivnosti).
2. Drugi dio ovog dokumenta navodi moguće razloge loših rezultata na međuispitu.

U dodatku se nalaze sve četiri varijante prvog međuispita, te točna rješenja.

Prvi dio:

Analiza zadatka s prvog međuispita

Analiza uspješnosti za prvi međuispit:

Statistika ostvarenih bodova prvog MI po grupama

Izračunata je ažurirana statistika samo za studente koji su izašli na ispit, jer Ahyco i one koji nisu izašli uzima u obzir kod izračunavanja prosjeka. Statistika je izračunata nezavisno za tri kategorije:

ukup ... svi studenti

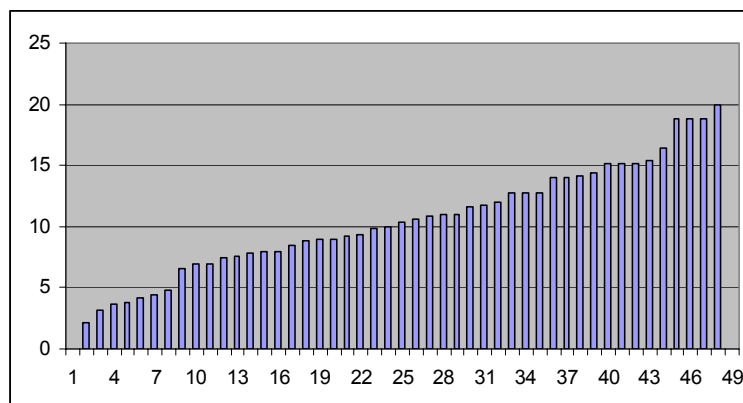
Bol bolonjci upisani 05/06

pon ... ponavljači sa FER1 programa (1. ili 2. godine)

Grupa	Nastavnik	Ahyco prosjeak	Broj studenata u grupi - oni koji nisu izašli			Broj bodova izašlih na ispit		
			ukup	Bol	pon	ukup	Bol	pon
2.E1	Ilić,	2.49	70-9	23-2	47-7	2.86	4.04	2.24
2.E2	Đurek,	3.62	81-8	28-2	53-6	4.02	5.00	3.47
2.E3	Jurišić,	4.21	84-6	33-0	51-6	4.53	5.29	3.98
2.E4	Lacković,	5.10	88-3	56-3	32-0	5.28	6.72	2.90
2.E5	Jeren,	5.63	123-8	73-0	50-8	6.02	7.55	3.37
2.R1	Baotić,	5.59	75-7	53-0	22-7	6.17	7.25	2.33
2.R2	Idžotić,	6.07	86-0	63-0	23-0	6.07	7.01	3.64
2.R3	Seršić,	6.16	92-4	50-2	42-2	6.44	7.77	4.84
2.R4	Petrinović,	7.18	93-1	63-0	30-1	7.26	8.31	4.97
	Ukupno /avg	5.23	792-46	442-9	350-37	5.55	6.97	3.59

Usporedba rezultata 1. međuispita i do sada podijeljenih bodova iz aktivnosti:

U dosadašnjem aktivnom radu sudjelovalo je 48 studenata. Na grafikonu 1. vidljivi su rezultati 1. međuispita dotičnih.



Grafikon 1. rezultati na 1. međuispitu studenata koji su aktivno sudjelovali u nastavi.

U ukupnim rezultatima 1. međispita ukupno jedan student je ostario sve bodove, troje ih je pogriješilo u jednom od zadataka, jedan je pogriješio u 2 zadatka, dok ih je petero pogriješilo u 3 zadatka. Na temelju danog grafikona je vidljivo da je najboljih 5 studenata aktivno sudjelovalo u nastavi.

U tablici 1. dani su ostvareni rezultati po studentima.

Tablica 1. rezultati studenata koji su aktivno sudjelovali u nastavi

Ime	Prezime	Grupa	Predavač	ukupno aktivnost	bodovi međuispit
Goran	Radanović	2.R3	Doc.dr.sc. Damir Seršić	1	20
Toni	Baržić	2.R1	dr.sc. Mato Baotić	1	18,8
Hrvoje	Ribičić	2.R3	Doc.dr.sc. Damir Seršić	1	18,8
Goran	Glavaš	2.R1	dr.sc. Mato Baotić	3	18,8
Darko	Ronić	2.R4	Prof.dr.sc. Davor Petrinović	2	16,4
Ivan	Maurović	2.E5	Prof.dr.sc. Branko Jeren	1	15,4
Jura	Čurić	2.E5	Prof.dr.sc. Branko Jeren	1	15,2
Davor	Sutić	2.R1	dr.sc. Mato Baotić	3	15,2
Anđelo	Martinović	2.R1	dr.sc. Mato Baotić	4	15,2
Denis	Tošić	2.R4	Prof.dr.sc. Davor Petrinović	1	14,4
Zoran	Vrhovski	2.E4	dr.sc. Igor Lacković	1,5	14,2
Dario	Vuljanić	2.R3	Doc.dr.sc. Damir Seršić	1	14
Luka	Stipanović	2.R2	dr.sc. Tomislav Idžotić	4	14
Alen	Karabegović	2.E5	Prof.dr.sc. Branko Jeren	1	12,8
Ivan	Kokan	2.R3	Doc.dr.sc. Damir Seršić	1	12,8
Gordan	Kreković	2.R4	Prof.dr.sc. Davor Petrinović	3	12,8
Edo	Pekarić	2.E5	Prof.dr.sc. Branko Jeren	2	12
Mateja	Dokleja	2.R2	dr.sc. Tomislav Idžotić	2	11,8
Domagoj	Žilak	2.R1	dr.sc. Mato Baotić	1	11,6
Hrvoje	Glavaš	2.E4	dr.sc. Igor Lacković	0,5	11
Nenad	Katanić	2.R4	Prof.dr.sc. Davor Petrinović	1	11
Tomislav	Jakopović	2.R2	dr.sc. Tomislav Idžotić	1	10,8
Marko	Barišić	2.E4	dr.sc. Igor Lacković	1	10,6
Ivan	Sović	2.E4	dr.sc. Igor Lacković	1	10,4

Ana	Slipčević	2.R4	Prof.dr.sc. Davor Petrinović	2	10
Davorin	Brkić	2.E5	Prof.dr.sc. Branko Jeren	2	9,8
Lara	Juričić	2.E4	dr.sc. Igor Lacković	0,5	9,4
Ana	Mijočević	2.R1	dr.sc. Mato Baotić	1	9,2
Dalibor	Purković	2.E5	Prof.dr.sc. Branko Jeren	1	9
Dinko	Oletić	2.E5	Prof.dr.sc. Branko Jeren	2	9
Elena	Mavrek	2.E4	dr.sc. Igor Lacković	0,5	8,8
Ivan	Šakić	2.R3	Doc.dr.sc. Damir Seršić	1	8,4
Goran	Jurišić	2.E4	dr.sc. Igor Lacković	1	8
Tonči	Milat	2.E4	dr.sc. Igor Lacković	1	8
Bruno	Palikuća	2.E4	dr.sc. Igor Lacković	0,5	7,8
Ivan	Rako	2.E5	Prof.dr.sc. Branko Jeren	1	7,6
Mladen	Marković	2.E4	dr.sc. Igor Lacković	1	7,4
Hrvoje	Labor	2.E4	dr.sc. Igor Lacković	0,5	7
Goran	Vujnović	2.R1	dr.sc. Mato Baotić	1	7
Iva	Žagar	2.R4	Prof.dr.sc. Davor Petrinović	2	6,6
Sanja	Šain	2.R1	dr.sc. Mato Baotić	4	4,8
Alan	Debijađi	2.E2	dr.sc. Ivan Đurek	1	4,4
Rebeka	Belavić	2.R4	Prof.dr.sc. Davor Petrinović	1	4,2
Tina	Bartulović	2.E5	Prof.dr.sc. Branko Jeren	1	3,8
Darko	Trogrlić	2.E1	Doc.dr.sc. Damir Ilić	0,5	3,6
Goran	Krunić	2.R3	Doc.dr.sc. Damir Seršić	1	3,2
Danko	Bundalo	2.E1	Doc.dr.sc. Damir Ilić	2	2,2
Stjepan	Majić	2.E3	Doc.dr.sc. Dražen Jurišić	1	0

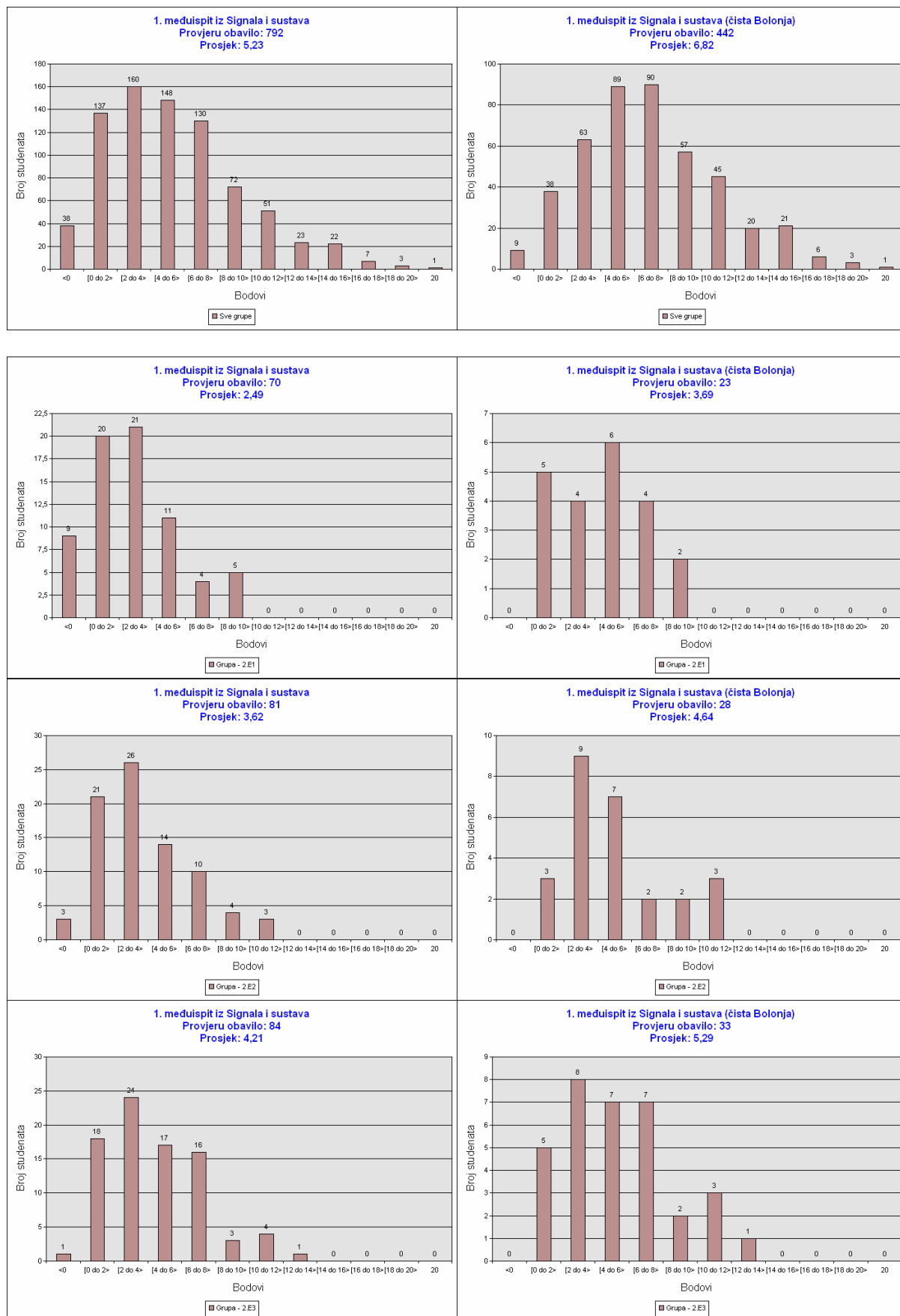
Analizirajući pogreške koje su počinili studenti s najvećim brojem bodova (njih prvih deset) vidljivo je da niti jedan zadatak nije bio nerješiv. Do tog zaključka se dolazi na temelju njihovih pogrešaka, koje je svaki pojedinac načinio na drugom mjestu, kao što je vidljivo u Tablici 2.

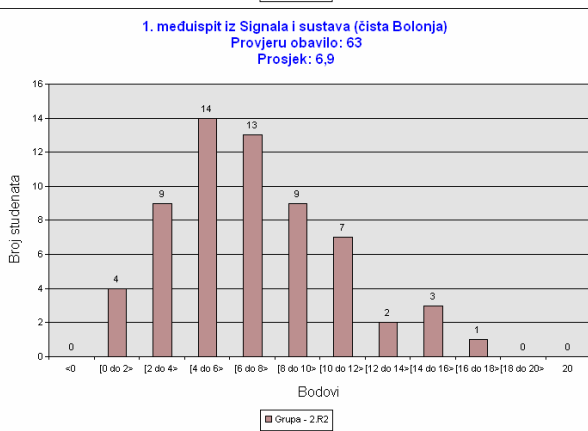
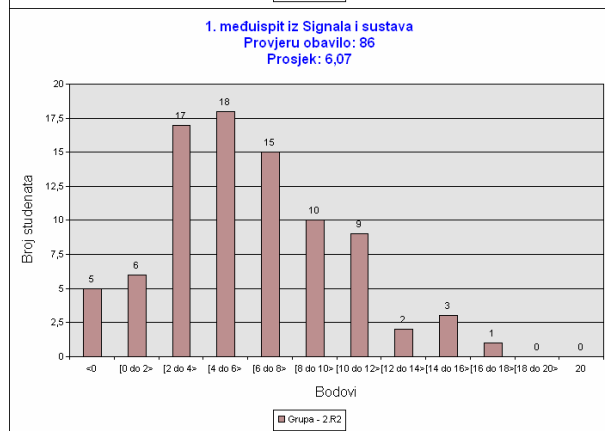
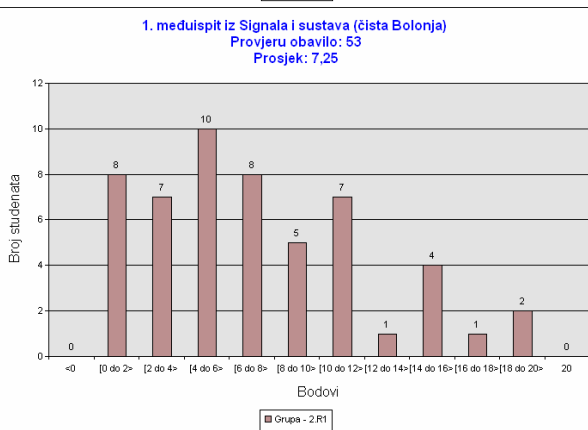
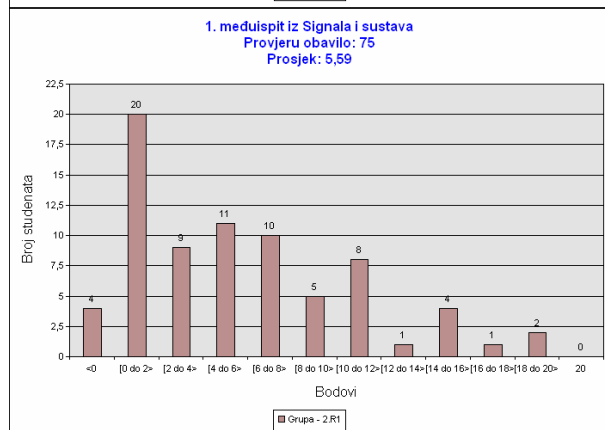
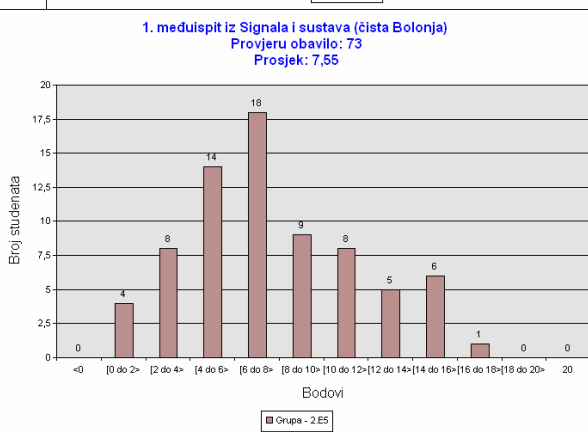
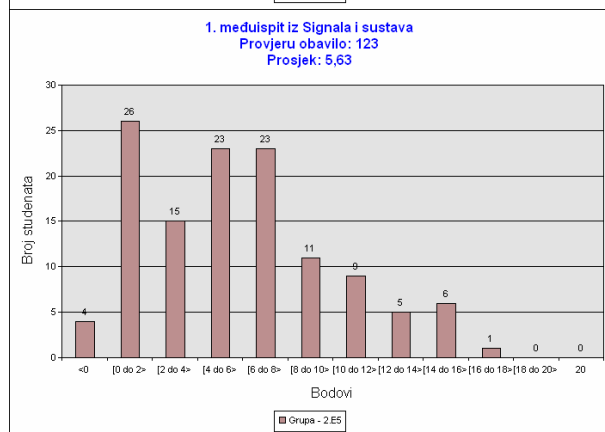
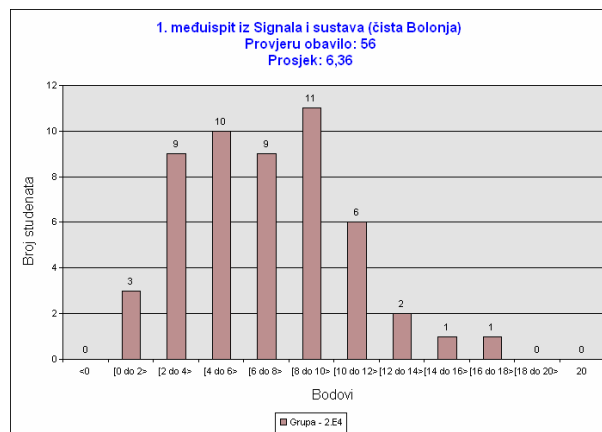
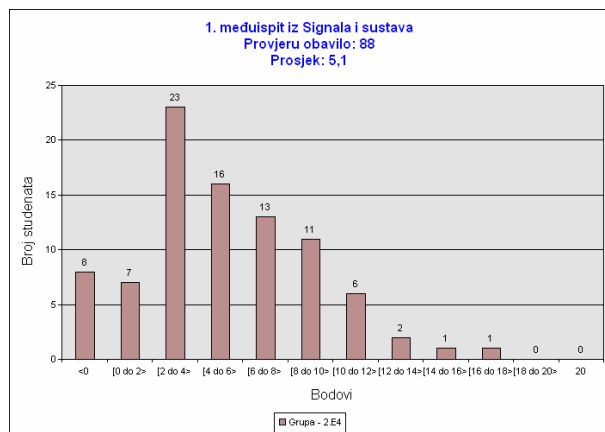
Tablica 2. broj pogrešaka po zadatku za 10 najboljih studenata.

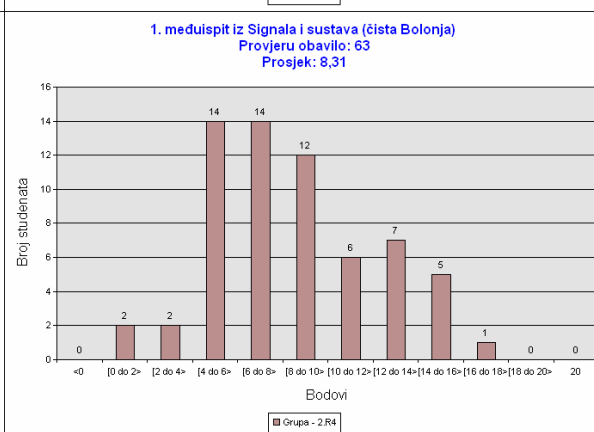
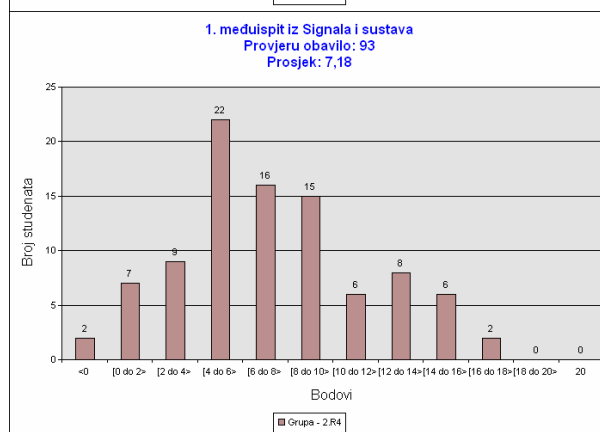
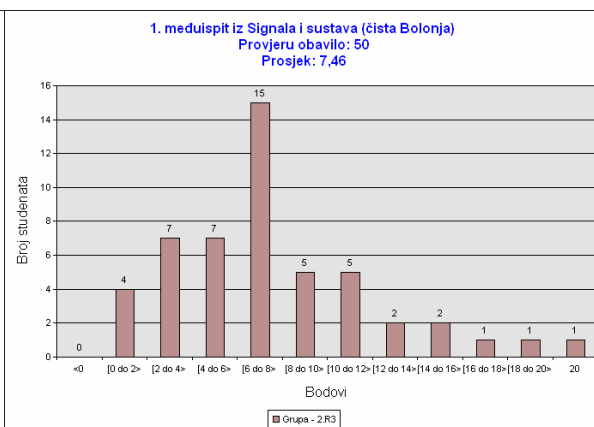
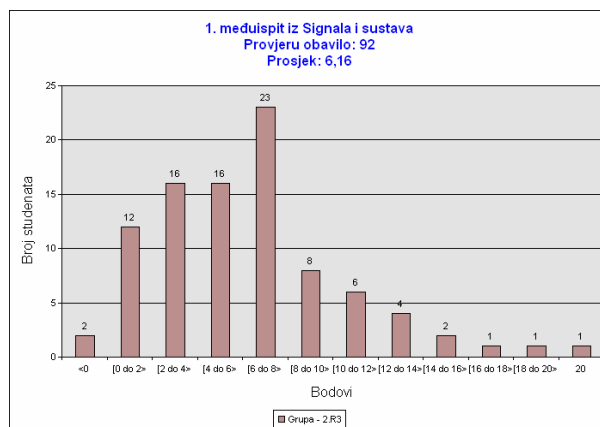
broj zadatka	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
broj grešaka	1	0	2	2	4	0	1	3	1	0

broj zadatka	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
broj grešaka	0	2	0	0	1	2	0	0	1	0

Po grupama razdioba bodova prikazana je na sljedećoj stranici.







Analizirajući rješavanje domaćih zadaća, točnije vremena potrebna za rješavanje dane zadaće, vrijeme pristupa domaćoj zadaći i broj bodova postignutih na istoj zadaći, te usporedbom s postignutim rezultatima na 1. međuispitu, dobiveni su sljedeći rezultati.

U tablici 3. prikazana je distribucija odnosa osvojenih bodova na prvom MI te datuma pristupa pisanju druge domaće zadaće. U tom smislu broj 4 (drugi redak i drugi stupac u tablici) označava da je četvero ljudi koji su pisali drugu domaću zadaću ili 14 ili 15 ili 16 ili 17 ili 18 ili 19 ožujka osvojilo bodove između 14 i 20 bodova.

Bodovi\Datum	14,15,16,17,18,19	20,21	22	Sum
[14-20]	4	16	13	33
[10-14)	5	46	23	74
[5-10)	13	138	114	265
[0-5)	9	173	207	389
Sum	31	373	357	761

Tablica 3. Broj bodova na MI u odnosu na datum pisanja druge domaće zadaće

Ukoliko želimo saznati jesu li ove varijable zavisne možemo postaviti hipoteze i provjeriti statističku zavisnost.

H0: Broj bodova i datum pisanja druge domaće zadaće su nezavisni

H1: Broj bodova i datum pisanja druge domaće zadaće su zavisni

Na razini značajnosti od 5% možemo odbaciti hipotezu H0, tj. Varijable su statistički zavisne! Posebno je zanimljivo pogledati drugi stupac, koji pokazuje da se isplati ranije pisati domaća zadaća (vjerojatno ljudi sami pišu zadaću). Broj ljudi koji su imali >10 bodova prema ukupnom broju je 9/31. Za razliku od toga u koloni 4 taj odnos je 36/323.

Slično je analizirana veza između bodova na MI i trajanja pisanja druge domaće zadaće. Rezultati su prikazani u tablici 4.

Bodovi\Trajanje	[0-5]min	(5-10]min	(10-15]min	Sum
[14-20]	5	23	5	33
[10-14)	15	51	8	74
[5-10)	25	119	121	265
[0-5)	138	86	163	389
Sum	183	279	299	761

Tablica 4. Broj bodova na MI u odnosu na trajanje pisanja druge domaće zadaće

Ukoliko želimo saznati jesu li ove varijable zavisne možemo, kao i ranije postaviti hipoteze i provjeriti statističku zavisnost.

H0: Broj bodova i trajanje pisanja druge domaće zadaće su nezavisni

H1: Broj bodova i trajanje pisanja druge domaće zadaće su zavisni

Na razini značajnosti od 5% možemo odbaciti hipotezu H0, tj. Varijable su statistički zavisne! Posebno je zanimljivo pogledati treći stupac, kod koje je definitivno najmanji broj ljudi sa <5 bodova te istovremeno uvjerljivo najveći broj ljudi sa >10 bodova.

Slično je analizirana veza između bodova na MI i osvojenih bodova na drugoj domaćoj zadaći. Rezultati su prikazani u tablici 5.

Bodovi\Bodovi	0, 1, 2, 3	4, 5, 6	7	Sum
[14-20]	1	19	13	33
[10-14)	4	43	27	74
[5-10)	18	134	113	265
[0-5)	14	189	186	389
Sum	37	385	339	761

Tablica 5. Broj bodova na MI u odnosu na broj bodova na drugoj domaćoj zadaći

Ukoliko želimo saznati jesu li ove varijable zavisne možemo, kao i ranije postaviti hipoteze i provjeriti statističku zavisnost.

H0: Broj bodova na MI i broj bodova na drugoj domaćoj zadaći su nezavisni

H1: Broj bodova na MI i broj bodova na drugoj domaćoj zadaći su zavisni

Na razini značajnosti od 5% ne možemo odbaciti hipotezu H0, tj. ne možemo na nivou značajnosti od 5% odbaciti hipotezu da su varijable nezavisne. U slobodnijoj interpretaciji mogli bismo zaključiti da su varijable nezavisne, iako to nije u potpunosti matematički korektno.

Dakle, dobili smo u neku ruku nezavisnost ovih varijabli, a to je i očekivano. Znanje pokazano na MI i znanje pokazano na domaćoj zadaći nije povezano. To nas upućuje na zaključak da domaće zadaće ne pridonose objektivnoj mjeri znanja nego samo unose dodatni šum u ocjenjivanje. Prepisivanje i slične aktivnosti su ovdje očite.

Analiza uspješnosti za prvi međuispit:

Statistika odgovora na pojedina pitanja (od težih ka lakšima):

Pitanje br.	Točno	Netočno	Neodgovoreno
5	0,07	0,36	0,57
16	0,08	0,60	0,32
8	0,14	0,77	0,09
4	0,19	0,77	0,04
3	0,20	0,50	0,30
9	0,20	0,15	0,65
7	0,20	0,30	0,50
2	0,22	0,31	0,47
17	0,33	0,30	0,37
20	0,34	0,09	0,57
15	0,36	0,60	0,04
6	0,38	0,45	0,17
10	0,41	0,16	0,43
12	0,42	0,41	0,17
18	0,44	0,16	0,40
19	0,45	0,20	0,35
1	0,62	0,32	0,06
14	0,63	0,35	0,02
13	0,63	0,24	0,13
11	0,70	0,24	0,06

Najteže pitanje prema broju točnih odgovora je pitanje 5, dok je najlakše pitanje prema broju točnih odgovora 11.

Grupiranje zadataka prema težini:

	Točno	minimum	srednji rezultat	maksimum
Lagani	1, 11, 13, 14	0,62	0,64	0,70
Srednji	2, 17, 20, 15, 6, 10, 12, 18, 19	0,22	0,37	0,45
Teški	5, 16, 8, 4, 3, 9, 7	0,07	0,16	0,20

	Netočno			
Lagani	1, 11, 13, 14	0,24	0,29	0,35
Srednji	2, 17, 20, 15, 6, 10, 12, 18, 19	0,09	0,30	0,60
Teški	5, 16, 8, 4, 3, 9, 7	0,15	0,50	0,77

	Neodgovoreno			
Lagani	1, 11, 13, 14	0,02	0,07	0,13
Srednji	2, 17, 20, 15, 6, 10, 12, 18, 19	0,04	0,33	0,57
Teški	5, 16, 8, 4, 3, 9, 7	0,04	0,35	0,57

Srednje teške zadatke (zadatke koje bi prosječan student morao uspješno riješiti) je točno riješilo 37%, netočno 29%, a 32% uopće nije rješavalo.

1. zadatak: PARNOST I NEPARNOST SIGNALA

1. Zadan je signal $x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, $x(t) = (-1)^{j|t|}$. Odredite neparnu komponentu signala.

- a) 0 b) $(-1)^{j|t|}$ c) $\frac{1}{2}((-1)^{jt} - (-1)^{-jt})$ d) $\frac{1}{2}((-1)^{jt} + (-1)^{-jt})$ e) $(-1)^{jt}$ f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: A

Signal je paran ako je $f(t) = f(-t)$. Ispitivanjem vidimo da je zadani signal paran te je neparna komponenta nula.

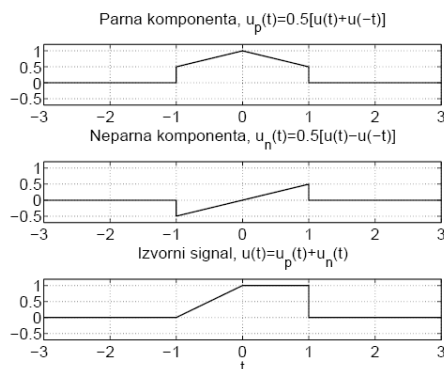
Statistika 1. međuispita:

62% je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

1. predavanja: 3. predavanje: prikaznice 56.

- signal može biti prikazan zbrojem parne i neparne komponente² $u(t) = u_p(t) + u_n(t)$



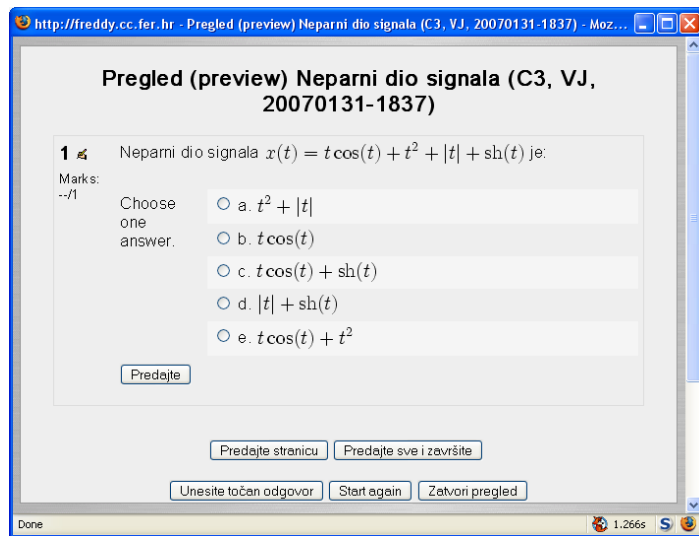
Slika 22: Signal kao zbroj parne i neparne komponente

2. Zadaci za aktivnost, 1. tjedan: zadatak 7.

7. Nađite parni i neparni dio sljedećih diskretnih signala

- a) $x(n) = e^{j(\Omega_0 n + \frac{\pi}{2})}$,
b) $x(n) = \delta(n)$.

3. Domaće zadaće



Postotak uspješnosti:

		Drugi			
(7364)	Neparni dio signala (C3, VJ, 20070131-1837) : Neparni dio signala $x(t) = t \cos(t) + t^2 + t + \text{sh}(t)$ je:	$t^2 + t $	(-0.25)	0/20	(0%)
		$ t + \text{sh}(t)$	(-0.25)	0/20	(0%)
		$t \cos(t) + t^2$	(-0.25)	0/20	(0%)
		$t \cos(t) + \text{sh}(t)$	(1.00)	18/20	(90%)
		$t \cos(t)$	(-0.25)	1/20	(5%)

2. zadatak: SNAGA SIGNALA

2. Zadan je kontinuirani signal $x(t) = e^{j2\pi t} \sin(t + \pi/3)$. Izračunajte njegovu snagu.

- a) 0 b) 1/2 c) 1 d) 2 e) $+\infty$ f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: B

$$\begin{aligned} 2. \quad x(t) &= e^{j2\pi t} \sin(t + \frac{\pi}{3}) & |e^{j2\pi t}| &= |\cos 2\pi t + j \sin 2\pi t| \\ & & &= \sqrt{\cos^2 2\pi t + \sin^2 2\pi t} \\ & & &= 1 \\ P &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |e^{j2\pi t} \sin(t + \frac{\pi}{3})|^2 dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \sin^2(t + \frac{\pi}{3}) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{1 - \cos(2t + \frac{2\pi}{3})}{2} dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{T}{2} + \frac{T}{2} \right) - \frac{1}{2} \sin(2t + \frac{2\pi}{3}) \Big|_{-T/2}^{T/2} \right) & B \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left(\sin(\frac{T}{2} + \frac{\pi}{3}) - \sin(-\frac{T}{2} + \frac{\pi}{3}) \right) \\ & \quad \sin \frac{T}{2} \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{T}{2} \sin \frac{\pi}{3} - \sin \frac{T}{2} \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{T}{2} \sin \frac{\pi}{3} \\ & \quad 2 \sin \frac{T}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{3} = \sin \frac{T}{2} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sin \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

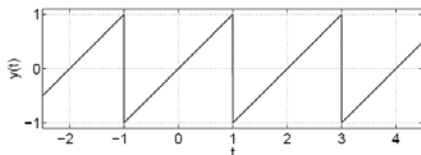
Statistika 1. međuispita:

22% studenata je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

1. predavanja: 3. predavanje: prikaznice 13.

Primjer izračuna totalne srednje snage signala



- periodični signal nije vremenski omeđen i njegova totalna energija je beskonačna i odgovarajuća je mjera signala srednja snaga signala njegova totalna srednja snaga P_∞
- postupak izračuna se može pojednostaviti jer se radi o periodičnom signalu pa je dovoljno računati srednju snagu jednog perioda

$$P_y = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} y^2(t) dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 t^2 dt = \frac{1}{3}$$

2. Zadaci za aktivnost, 1. tjedan: zadatak 7.

7. Izračunajte snagu sljedećih signala

a. $x(n) = \mu(n)$,

b. $x(n) = 2e^{j3n}$.

4. Laboratorijske vježbe

a) Kreirajte simboličke izraze za signale:

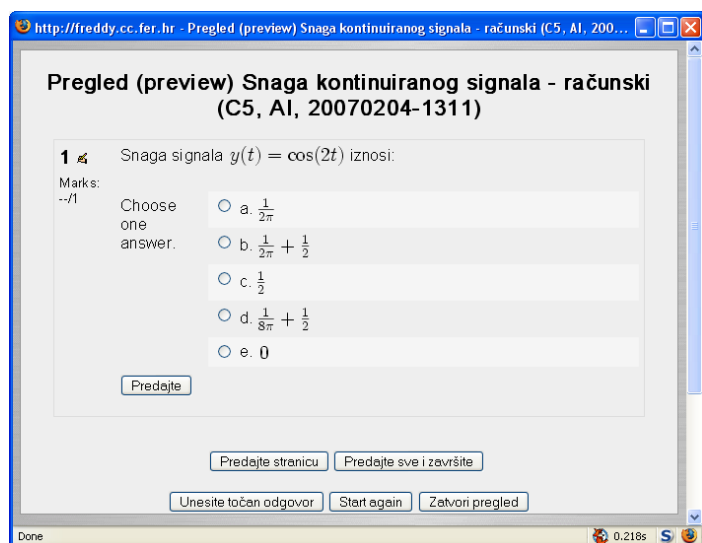
1. $x_1(t) = \cos \frac{\pi t}{5}$

2. $x_2(t) = \sin \frac{\pi t}{5}$

b) Koristeći naredbu `ezplot` nacrtajte dva perioda oba signala.

c) (PRIPREMA) Izračunajte analitički energiju i snagu signala.

5 . Domaće zadaće



		Točno	(0.00)	9/24	(38%)
(7286)	Snaga kontinuiranog signala - računski (C5, AI, 20070204-1311): Snaga signala $y(t) = \cos(2t)$ iznosi:	0	(-0.25)	1/19	(5%)
		$\frac{1}{2\pi}$	(-0.25)	3/19	(16%)
		$\frac{1}{2}$	(1.00)	14/19	(74%)
		$\frac{1}{2\pi} + \frac{1}{2}$	(-0.25)	0/19	(0%)
		$\frac{1}{8\pi} + \frac{1}{2}$	(-0.25)	0/19	(0%)

3. zadatak: ENERGIJA SIGNALA

3. Zadan je signal $x(n) = n(\mu(n) - \mu(n-4))$. Energija tog signala je:

- a) 5 b) 14 c) 30 d) 55 e) 91 f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: 14

Zadani signal je $\dots, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 0, 0, 0, 0, \dots$ Energija je zbroj kvadrata uzoraka, dakle $1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$.

Statistika 1. međuispita:

19,5% studenata je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

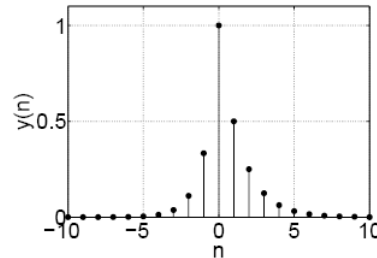
1. predavanja: 3. predavanje: prikaznice 17.

Primjer izračuna energije vremenski diskretnog signala

- razmotrimo vremenski diskretni signal

$u : \text{Cjelobrojni} \rightarrow \text{Realni}$

$$y(n) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^n, & n \geq 0 \\ 3^n, & n < 0 \end{cases}$$



- energija signala je

$$\begin{aligned} E_{\infty} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} |y(n)|^2 \\ E_{\infty} &= \sum_{n=-\infty}^{-1} 3^{2n} + \sum_{n=0}^{\infty} (\frac{1}{2})^{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{3})^{2n} + \sum_{n=0}^{\infty} (\frac{1}{2})^{2n} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{1}{9}} - 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{35}{24} \end{aligned}$$

2. Zadaci za aktivnost, 2. tjedan: zadatak 6.

6. Izračunajte energiju sljedećih signala

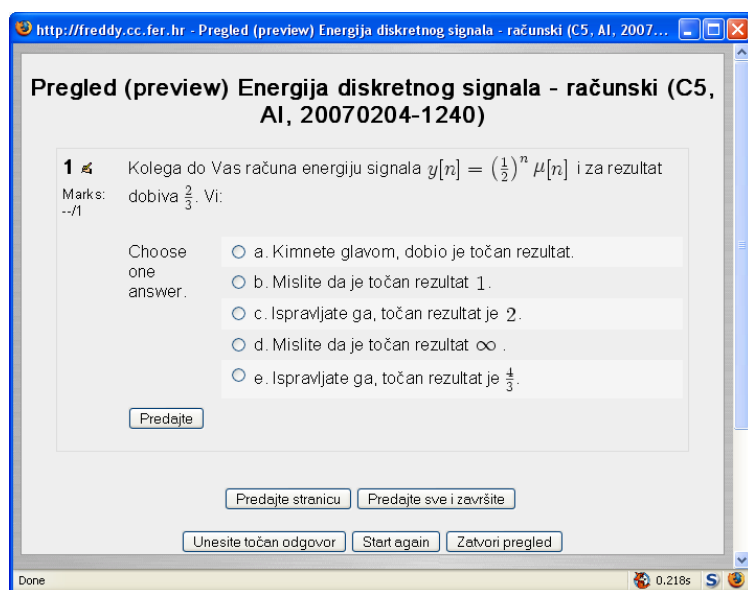
a. $x(t) = e^{-at} \mu(t)$, $a > 0$,

b. $x(t) = t \mu(t)$,

3. Zadaci za vježbu, 5. tjedan: zadatak 4.

Pronađite energiju diskretnog signala $x(n) = (-0.5)^n \mu(n)$

5. Domaće zadaće



		Netočno	(1.00)	32/35	(91%)
(7289)	Energija diskretnog signala - računski (C5, AI, 20070204-1240): Kolega do Vas računa energiju signala $y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \mu[n]$ i za rezultat dobiva $\frac{2}{3}$. Vi:	Ispravljate ga, točan rezultat je 2.	(-0.25)	1/29	(3%)
		Ispravljate ga, točan rezultat je $\frac{1}{3}$.	(1.00)	24/29	(83%)
		Kimnete glavom, dobio je točan rezultat.	(-0.25)	1/29	(3%)
		Mislite da je točan rezultat ∞ .	(-0.25)	0/29	(0%)
		Mislite da je točan rezultat 1.	(-0.25)	0/29	(0%)

4. zadatak: PERIODIČNOST SIGNALA

4. Zadan je diskretan signal $x(n) = \cos(n/3 + 1)$. Je li signal periodičan i koliki mu je temeljni period?

- a) Signal nije periodičan! b) Periodičan je, 6. c) Periodičan je, $2\pi/3$. d) Periodičan je, 6π .
e) Periodičan je, period je bilo koji cijeli broj. f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: A

$$4. \quad x(n) = \cos\left(\frac{n}{3} + 1\right)$$

$$x(n+N) = \cos\left(\frac{n+N}{3} + 1\right) = \cos\left(\frac{n}{3} + 1 + \frac{N}{3}\right)$$

A

$$\frac{N}{3} = 2k\pi$$

$$N = 6k\pi \notin \mathbb{N}$$

nije period

Statistika 1. međuispita:

19,5% studenata je točno riješilo zadatak.

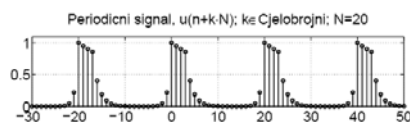
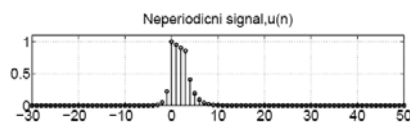
Obrazloženje:

1. predavanja: 3. predavanje: prikaznice 56.

Periodični i neperiodični vremenski diskretni signali

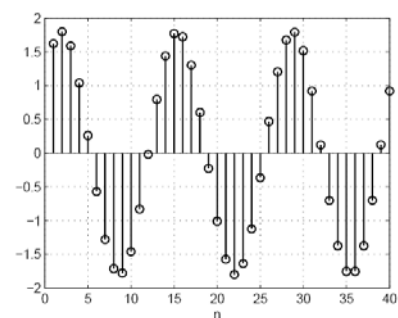
- periodičan vremenski diskretni signal, periode N , definiran je kao

$u : \text{Cjelobrojni} \rightarrow \text{Realni},$
 $\forall n \in \text{Cjelobrojni}, \quad u(n) = u(n + kN)$
gdje su $N \in \text{Cjelobrojni}, k \in \text{Cjelobrojni}$



- za niz $1.8 \cos\left(\frac{\sqrt{5}\pi}{15}n - \frac{\pi}{7}\right)$ vrijedi

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{5}\pi}{15} \text{ pa je } N = \frac{2\pi k}{\omega_0} = \frac{2\pi k}{\frac{\sqrt{5}\pi}{15}} = \frac{30}{\sqrt{5}}k$$



Slika 8: Neperiodičan sinusoidni niz

2. Zadaci za aktivnost, 2. tjedan: zadatak 3.

3. Dokažite da je kompleksni eksponencijalni signal $x(n) = e^{j\Omega_0 n}$ periodičan samo ako je $\frac{\Omega_0}{2\pi}$ racionalan broj.

3. Zadaci za vježbu, 5. tjedan: zadatak 4.

Neka je $x(t) = e^{j\omega_0 t}$ kontinuirani kompleksni eksponencijalni signal. Neka je $x(n)$ diskretni eksponencijalni signal dobiven iz kontinuiranog signala $x(t)$ uniformnim otipkavanjem s periodom T_s . Je li dobiveni diskretni signal uvijek periodičan? Ako nije, pod kojim uvjetima je?

4. Laboratorijska vježba

a) (PRIPREMA) Ispitajte koji od zadanih signala su periodični te koji im je temeljni period:

1. $f_1(n) = \cos^2\left(\frac{\pi n}{4}\right)$
2. $f_2(n) = n \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right)$
3. $f_3(n) = \cos\left(\frac{\pi n^2}{8}\right)$

5. zadatak: PERIODIČNOST SIGNALA

5. Zadan je diskretan signal $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$. Definiramo novi signal $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ na sljedeći način: $\forall n \in \mathbb{Z}, f(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(n-kp)$, pri čemu je $p \in \mathbb{Z}$. Kada je signal $f(n)$ periodičan? Izaberite najopćenitiji uvjet od ponuđenih uz pretpostavku da suma uvijek konvergira:
- a) Za svaki diskretni signal g . b) Za svaki diskretni periodički signal g . c) Za svaki diskretni harmonijski signal g .
d) Za konstantne diskretne signale g . e) Ne postoji takav g da bi f bio periodičan. f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: A

Uvjet za periodičnost jest da jednačba $f(n)=f(n+N)$ ima rješenje po N u skupu cijelih brojeva što očito vrijedi za svaki zadani signal $f(n)$ i može se provjeriti uvrštavanjem u sumu.

Statistika 1. međuispita:

7,25% studenata je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

1. predavanja: 3. predavanje: prikaznica 3.

Periodični i neperiodični vremenski diskretni signali

- periodičan vremenski diskretni signal, periode N , definiran je kao

$$u : \text{Cjelobrojni} \rightarrow \text{Realni},$$
$$\forall n \in \text{Cjelobrojni}, \quad u(n) = u(n + kN)$$

gdje su $N \in \text{Cjelobrojni}, k \in \text{Cjelobrojni}$

6. zadatak: SVOJSTVA SUSTAVA

6. Zadan je kontinuiran sustav $S: [\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}] \rightarrow [\mathbb{R} \rightarrow \{-1, 0, 1\}]$. Veza između ulaza i izlaza sustava dana je izrazom

$$y(t) = \begin{cases} -1, & u(t) < 0 \\ 0, & u(t) = 0 \\ 1, & u(t) > 0 \end{cases}$$

koji vrijedi $\forall t \in \mathbb{R}$. Izaberi točnu izjavu:

- a) Sustav je linearan i vremenski nepromjenjiv! b) Sustav je linearan i bezmemorijski!
c) Sustav je nelinearan i vremenski promjenjiv! d) Sustav je nelinearan i memorijski!
e) Sustav je vremenski nepromjenjiv i bezmemorijski! f) Ništa od navedenoga.

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: E

Sustav je očito nelinearan jer nije ni homogen (npr. odziv na 1 je 1, a odziv na 2 je opet 1). Sustav je vremenski nepromjenjiv. Sustav nema memoriju jer je $y(t+T)=f(u(t+T))$.

Statistika 1. međuispita:

37,5% studenata je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

1. predavanja: 3. predavanje: prikaznice 56.

Vremenski stalni sustavi – primjer

- pokazuje se kako sustav za ekspanziju vremenski diskretnog signala nije vremenski stalan

$$y(n) = \begin{cases} u(\frac{n}{L}) & n = 0, \pm L, \pm 2L, \dots \\ 0 & \text{za ostale } n \end{cases}$$

- odziv ovog sustava $y_1(n)$ za ulaz $u_1(n) = u(n-M)$ je

$$y_1(n) = \begin{cases} u_1(\frac{n}{L}) & n = 0, \pm L, \pm 2L, \dots \\ 0 & \text{za ostale } n \end{cases}$$
$$y_1(n) = \begin{cases} u(\frac{n}{L} - M) & n = 0, \pm L, \pm 2L, \dots \\ 0 & \text{za ostale } n \end{cases}$$

- s druge strane je

$$y(n-M) = \begin{cases} u(\frac{n-M}{L}) & n = 0, \pm L, \pm 2L, \dots \\ 0 & \text{za ostale } n \end{cases}$$

- sustav nije vremenski stalan jer je $y_1(n) \neq y(n-M)$

Linearni sustavi – primjer 2

- pokazuje se kako je sustav opisan jednačicom diferencijala

$$y(n) = \sum_{m=0}^M b(m)u(n-m)$$

linearan sustav

$$\begin{aligned} y(n) &= \sum_{m=0}^M b(m)u(n-m) \\ &= \sum_{m=0}^M b(m)[\alpha u_1(n-m) + \beta u_2(n-m)] \\ &= \alpha \sum_{m=0}^M b(m)u_1(n-m) + \beta \sum_{m=0}^M b(m)u_2(n-m) \\ &= \alpha y_1(n) + \beta y_2(n) \end{aligned}$$

2. Zadaci za aktivnost, 1. tjedan: zadatak 5.

5. Odredi je li zadani diskretan sustav vremenski promjenjiv, linearan i memorijski.

$$y(n) = 2^{u(n)}.$$

3. Zadaci za vježbu, 3. tjedan: dodatni zadaci.

Provjerite jesu li zadani sustavi linearni i vremenski nepromjenjivi.

$$1. \quad y(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau$$

$$2. \quad y(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau$$

$$3. \quad y(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(3n+2)$$

$$4. \quad y(t) = \frac{u(t)}{1+u(t-1)}$$

4. Laboratorijska vježba

a) (PRIPREMA) Navedite definicije:

1. linearnog sustava,
2. vremenski nepromjenjivog sustava, i
3. memorijskog sustava.

b) (PRIPREMA) Za svaki od navedenih sustava odredite je li sustav linearan, vremenski nepromjenjiv ili memorijski? $y(t)$ je izlaz, a $u(t)$ je ulaz sustava.

1. $y(t) = u^2(t)$
2. $y(t) = tu(t) + 2$
3. $y(t) = u(t-2)$

7. zadatak: ODZIV SUSTAVA NA STEP POBUDU

7. Zadan je sustav $y(n) = (1 - \alpha) \sum_{m=0}^n \alpha^m u(n - m)$, pri čemu dani izraz vrijedi samo za $n \in \mathbb{N}_0$ i $\alpha \in (0, 1)$. Koliko iznosi izlaz sustava u beskonačnosti ako na ulaz sustava dovedemo diskretnu jediničnu stepenicu?
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5 f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: A

Potrebno je bilo znati sumu geometrijskog reda. Uvrštavanjem jedinične stepenice dobivamo sumu konvergentnog geometrijskog reda koja daje $\frac{1}{1-\alpha}$. Množenjem s $(1-\alpha)$ dobivamo 1.

Statistika 1. međuispita:

19,75% studenata je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

1. Suma geometrijskog reda se radila na matematikama koje su preduvjet za upis predmeta Signali i sustavi.

2. Zadaci za aktivnost, 3. tjedan: zadatak 8.

8. Odziv na jedinični skok, $u(t) = \mu(t)$, linearnog vremenski nepromjenjivog sustava glasi $y(t) = (1 - e^{-2t})\mu(t)$. Nađite odziv ovog sustava na ulaz $u(t) = 4\mu(t) - 4\mu(t-1)$.

8. zadatak: ISPITIVANJE SVOJSTAVA SUSTAVA

8. Zadan je diskretan sustav $y(n) = e^{j2\pi n}u(n)$. Koja je od ponuđenih tvrdnji točna:

- a) Sustav je linearan i vremenski nepromjenjiv. b) Sustav je nelinearan i vremenski nepromjenjiv.
c) Sustav je linearan i vremenski promjenjiv. d) Sustav je nelinearan i vremenski promjenjiv.
e) Sustav je linearan i memorijski. f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: A

POTREBNA ZNANJA: Definicija linearnosti, definicija vremenske promjenjivosti, definicija memorijskih sustava.

Trebalo je ispitati linearnost, vremensku promjenjivost i memoriju. Sustav je linearan jer je homogen i aditivan (što je jasno jer množimo ulaz s eksponencijalnom funkcijom koja ne ovisi o ulazu). Sustav nema memorije jer izlaz ovisi $y(n)$ samo o trenutnoj vrijednosti ulaza $u(n)$. Sustav nije vremenski promjenjiv jer je zadana eksponencijala s kojom množimo signal uvijek 1 zato što je n iz skupa cijelih brojeva. Drugim riječima zadan je sustav $y(n)=u(n)$!!!!!!

Statistika 1. međuispita:

14,25% studenata je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

Linearnost sustava, vremenska nepromjenjivost sustava, kauzalnost i posjedovanje memorije su **osnovna** svojstva sustava te bi zadaci o tome trebali biti eliminacijski, odnosno student ne bi smio dobiti prolaznu ocjenu ako ne zna ispitati ta svojstva.

1. predavanja:

5. predavanje (linearnost)

- uz oznake na slici sustav će biti linearan ako vrijedi

$$\begin{aligned}y_1 &= S(u_1), & y_2 &= S(u_2) \\S(\alpha u_1) &= \alpha S(u_1) = \alpha y_1, & S(\beta u_2) &= \beta S(u_2) = \beta y_2 \\S(\alpha u_1) + S(\beta u_2) &= \alpha y_1 + \beta y_2 \\&\text{i finalno} \\S(\alpha u_1 + \beta u_2) &= \alpha S(u_1) + \beta S(u_2)\end{aligned}$$

princip superpozicije

5. predavanje (vremenska nepromjenjivost)

Vremenski stalni sustavi 2

- diskretni sustav S vremenski je stalan (vremenski invarijantan) ako vrijedi

$$\forall u, n, M \quad S(D_M(u))(n) = D_M(S(u))(n)$$

5. predavanje (memorija)

- bezmemorijski sustav ima svojstvo da odziv sustava ovisi samo o trenutnoj vrijednosti ulaznog signala, a ne o njihovim prethodnim vrijednostima i možemo pisati:

$$\forall t \in \text{Realni} \quad y(t) = f(u(t))$$

ili

$$\forall n \in \text{Cjelobrojni} \quad y(n) = f(u(n))$$

2. Zadaci za aktivnost, 3. tjedan:

Zadaci 5. i 6. (rješenja su na WWW stranicama predmeta)

5. Odredi je li zadani diskretan sustav vremenski promjenjiv, linearan i memorijski.

$$y(n) = 2^{u(n)}.$$

6. Odredi je li zadani kontinuirani sustav vremenski promjenjiv, linearan i memorijski.

$$y(t) = u(t^2).$$

3. Zadaci za vježbu, 3. tjedan:

Zadatak 2. i dodatni zadaci (rješenja su na WWW stranicama predmeta)

2. Odredite je li zadani diskretan sustav vremenski nepromjenjiv, linearan:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^n \frac{u(k)}{n-k}.$$

DODATNI ZADACI

Provjerite jesu li zadani sustavi linearni i vremenski nepromjenjivi.

1. $y(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau$

2. $y(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau$

3. $y(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(3n+2)$

4. $y(t) = \frac{u(t)}{1+u(t-1)}$

4. Laboratorijske vježbe – Svaki student je na laboratorijskim vježbama dobio tri sustava za koja je trebao za pripremu ispitati linearnost, vremensku promjenjivost i je li sustav memorijski ili ne. Zatim se na vježbama simulacijom potvrđivalo ili opovrgavalo pojedino svojstvo. Prilikom ispitivanja na vježbama smo također studentima s krivim pripremama objašnjavali kako se ispituje pojedino svojstvo.

- a) (PRIPREMA)** Navedite definicije:

1. linearnog sustava,
2. vremenski nepromjenjivog sustava, i
3. memorijskog sustava.

- b) (PRIPREMA)** Za svaki od navedenih sustava odredite je li sustav linearan, vremenski nepromjenjiv ili memorijski? $y(t)$ je izlaz, a $u(t)$ je ulaz sustava.

1. $y(t) = u^2(t)$
2. $y(t) = tu(t) + 2$
3. $y(t) = u(t-2)$

5. Tomislav Petković, Branko Jeren i ostali: Zbirka riješenih zadataka iz signala i sustava:
Primjer 3.1, 3.2, 3.3.

6. Linearnost kao svojstvo se radila i na Matematikama koje su preduvjet za upis predmeta Signali i sustavi.

9. zadatak: ODZIVI LTI SUSTAVA

9. Odziv diskretnog LTI sustava na jediničnu stepenicu $\mu(n)$ je $y(n) = (n+1)\mu(n)$. Ukoliko s $h(n)$ označimo odziv sustava na Kroneckerov δ -impuls izračunajte koliko iznosi $\sum_{m=-\infty}^n h(m)$.

- a) $(n-2)\mu(n)$ b) $(n-1)\mu(n)$ c) $n\mu(n)$ d) $(n+1)\mu(n)$ e) $(n+2)\mu(n)$ f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: d)

POTREBNA ZNANJA: Osnovni signali, linearnost i vremenska nepromjenjivost sustava.

OČEKIVANO RJEŠENJE:

Zadan je odziv sustava na jediničnu stepenicu, a traži se suma $h(n)$ gdje je $h(n)$ odziv na Kroneckerov delta impuls. Primijetimo prvo da se Kroneckerov delta impuls može prikazati kao razlika dvije jedinične stepenice, $\delta(n) = \mu(n) - \mu(n-1)$. Prema tome je i $h(n) = y(n) - y(n-1)$ zbog linearnosti. Uvrštavanjem slijedi $h(n) = \mu(n) + n\delta(n)$. Suma do m od $h(m)$ je sumi jedinične stepenice koja je jednaka jediničnoj rampi, dakle $(n+1)\mu(n)$. Ovo je duži način rješavanja.

ELEGANTNIJE RJEŠENE:

Zadatak se može riješiti i jednostavnije – kako se radi o LTI sustavu možemo jediničnu stepenicu napisati kao linearnu kombinaciju pomaknutih delta impulsa. Primjenom linearnosti se vidi da je tražena suma $h(m)$ po m upravo zadani odziv na jediničnu stepenicu!

Statistika 1. međuispita:

20,0% studenata je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

Zadatak ispituje znaju li studenti primijeniti svojstva linearnosti i vremenske nepromjenjivosti tako da iz poznavanja odziva na neki signal odrede odziv na drugi signal uz uočavanje da se prvi signal može predstaviti kao linearna kombinacija vremenski pomaknutog drugog signala.

1. predavanja:

Predavanje 4. – jedinična stepenica, rampa i impuls

Vremenski diskretni jedinični impuls – Kroneckerova delta funkcija

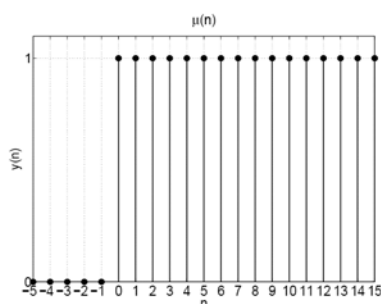
- vremenski diskretni jedinični impuls je vremenski diskretni signal definiran kao:

$$\delta : \text{Cjelobrojni} \rightarrow \text{Realni}$$
$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

- vremenski diskretan jedinični skok definiran je kao:

$$\mu : \text{Cjelobrojni} \rightarrow \text{Realni}$$

$$\mu(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$



Jedinična kosina

- vremenski diskretna

$$\text{kosina} : \text{Cjelobrojni} \rightarrow \text{Realni}$$

$$\text{kosina}(n) = \begin{cases} n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

$$\text{kosina} : \text{Cjelobrojni} \rightarrow \text{Realni}$$

$$\text{kosina}(n) = \sum_{m=-\infty}^n \mu(m-1)$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{n-1} \mu(m)$$

2. zadaci za aktivnost i vježbu

Zadatak 8 iz zadataka za aktivnost u 3. tjednu:

8. Odziv na jedinični skok, $u(t) = \mu(t)$, linearnog vremenski nepromjenjivog sustava glasi $y(t) = (1 - e^{-2t})\mu(t)$. Nađite odziv ovog sustava na ulaz $u(t) = 4\mu(t) - 4\mu(t-1)$.

3. Laboratorijske vježbe

Zadatak 3.2-4 objašnjava svojstva linearnih vremenski nepromjenjivih sustava.

10. zadatak: LINEARNOST, ODZIV SUSTAVA I LINEARNA KOMBINACIJA

10. Zadan je diskretni linearni sustav S . Ako su poznati odzivi sustava $y_k(n)$ na pobudu $u_k(n) = \delta(n - k)$ za sve $k \in \mathbb{Z}$ na koje sve ulazne signale možemo odrediti odziv sustava? Izaberite najopćenitiji uvjet od ponuđenih!
- a) Na proizvoljne diskretne signale. b) Na proizvoljne periodične diskretne signale.
c) Na proizvoljne harmonijske diskretne signale. d) Na proizvoljne konstantne diskretne signale.
e) Na nikakve. f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: A

POTREBNA ZNANJA: Što je linearni sustav i što je linearna kombinacija signala.

Uočimo da se svaki diskretni signal može prikazati kao linearna kombinacija pomaknutih Kroneckerovih delta impulsa. Kako je pitanje možemo li odrediti odziv linearnog sustava na svaki diskretni signal ako znamo odzive na pomaknute Kroneckerove impulse odgovor je da možemo, i to za svaki proizvoljni diskretni signal.

Statistika 1. međuispita:

41,0% studenata je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

Studenti su morali povezati stečena znanja i uočiti da su i na predavanjima i u zadacima za aktivnost i na laboratorijskim vježbama prikazivali signale kao linearnu kombinaciju nekih osnovnih signala.

1. predavanja:

Predavanje 4. – prikaz signala

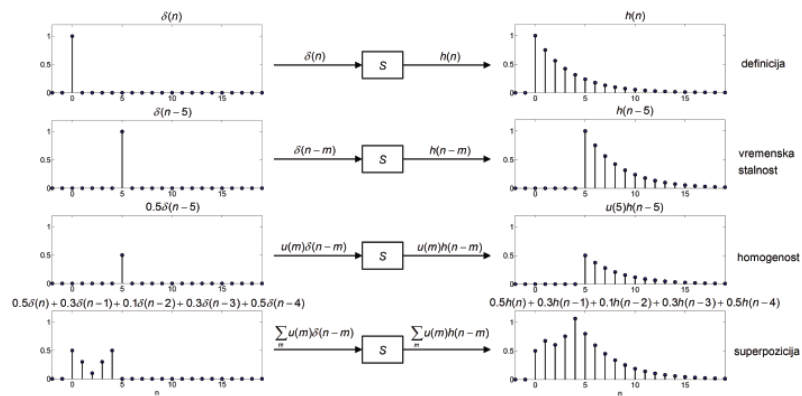
Vremenski diskretni jedinični impuls – primjena2

- svaki niz može biti prikazan uz pomoć niza vremenski diskretnih jediničnih impulsa što proizlazi iz:

$$\begin{aligned} u(n) &= u(n) \cdot \text{comb}(n) = u(n) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(n - m) = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} u(m) \delta(n - m) \\ u(n) &= .7\delta(n + 3) + .2\delta(n + 1) + \\ &\quad + .5\delta(n - 1) - .2\delta(n - 2) + \\ &\quad + .7\delta(n - 4) + .3\delta(n - 5) - \\ &\quad - .3\delta(n - 7) \end{aligned}$$

Predavanje 8. prikaznica 50.

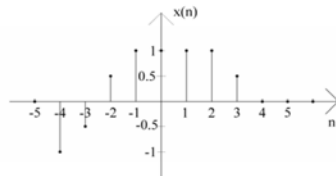
Odziv sustava na niz impulsa



Slika 8: Konvolucijska sumacija *SISO* sustava

2. zadaci za aktivnost – prikaz signala, tjedan 3.

2. Zadan je diskretni signal $x(n]$ prikazan slikom 1.



Slika 1. Diskretni signal

- Zapišite ovaj signal pomoću vremenski diskretnih jediničnih impulsa.
- Odredite $x(6-2n)$ grafički i dobiveno rješenje prikažite pomoću sume vremenski pomaknutih diskretnih jediničnih skokova.

11. zadatak: LINEARNOST, ODZIV SUSTAVA I LINEARNA KOMBINACIJA

11. Odaberite linearan vremenski nepromjenjiv sustav:

- a) $y(t) = u^2(t)$ b) $y(t) = tu(t) + 2$ c) $y(t) = u(t - 2)$ d) $y(t) = \sin(\frac{\pi}{2}u(t))$ e) $y(t) = 2$
f) Takav nije ponuđen!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: C

POTREBNA ZNANJA: Vidi zadatak 8.

Sustavi pod a), b), d) i e) su očito nelinearni (prvi zbog kvadrata, a ostali zato jer nulu ne preslikavaju u nulu). Preostaje sustav c). Vremensku nepromjenjivost nije bilo ni potrebno ispitivati jer smo već na osnovi linearnosti eliminirali 5 odgovora.

Statistika 1. međuispita:

69,75% studenata je točno riješilo zadatak.

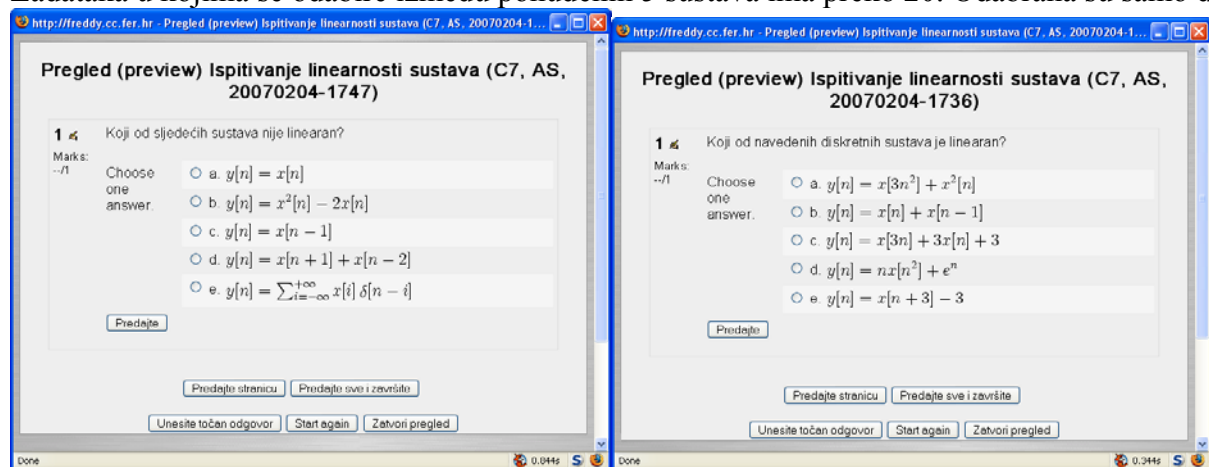
Obrazloženje:

Ovaj zadatak je skoro pa ponovljena priprema za laboratorijske vježbe koju je **SVAKI STUDENT TREBAO SAMOSTALNO IZRADITI**. Svaki student je trebao za prva tri sustava ispitati linearnost, memorijsku promjenjivost i memoriju. Četvrti sustav se također nalazi u uputama za laboratorijske vježbe, dok peti sustav svaki signal preslikava u konstantu te se za njega lagano ispituju svi uvjeti.

Za potrebna znanja iz predavanja te za zadane zadatke za vježbu i domaće zadaće vidi zadatak 8.

Dodatno: Domaće zadaće

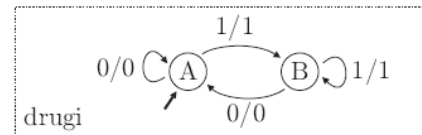
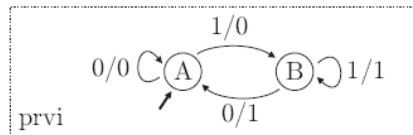
Zadataka u kojima se odabire između ponuđenih 5 sustava ima preko 20. Odabrana su samo dva.



12. zadatak: KONAČNI AUTOMATI

12. Dva automata su zadana slikom. Koja je izjava točna?

- a) Prvi je memorijski sustav, a drugi nije.
- b) Prvi nije memorijski sustav, a drugi je.
- c) Oba su memorijski sustavi.
- d) Oba nisu memorijski sustavi.
- e) Na osnovi danih informacija ne možemo zaključiti jesu li memorijski.
- f) Ništa od navedenoga!



Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: A

POTREBNA ZNANJA: Vidi zadatak 8.

Drugi automat prema slici kao odziv na 0 uvijek daje 0, a kao odziv na jedinicu uvijek daje jedinicu. Prema tome radi se običnom funkcijskom preslikavanju ulaza na izlaz te drugi automat nije memorijski sustav.

Prvi automat pak može na pobudu 0 dati bilo 0 bilo 1 što ovisi o prethodnom stanju. Moguće je dakle konstruirati dva signala za koja automat u nekom budućem koraku n za isti ulazni simbol daje različite izlazne simbole. Prema tome prvi automat je memorijski.

Statistika 1. međuispita:

42,25% studenata je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

Na laboratorijskim vježbama su studenti morali dokazati ili opovrgnuti posjedovanje memorije za neki sustav. U ovom zadatku su zadana dva jednostavna automata na koja je trebalo primijeniti dana znanja.

1. predavanja:

Peto predavanje (memorija sustava):

- bezmemorijski sustav ima svojstvo da odziv sustava ovisi samo o trenutnoj vrijednosti ulaznog signala, a ne o njihovim prethodnim vrijednostima i možemo pisati:

$$\forall t \in \text{Realni} \quad y(t) = f(u(t))$$

ili

$$\forall n \in \text{Cjelobrojni} \quad y(n) = f(u(n))$$

Šesto predavanje opisuje rad automata. Opis dijagrama je dan u predavanju šest:

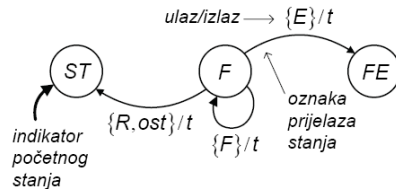
1.2. Dijagram prijelaza stanja

Dijagram prijelaza stanja 1

- kako bi se kreirao dijagram prijelaza stanja automata, kraće, dijagram stanja, prvo se ucrtaju krugovi koji predstavljaju moguća stanja

Dijagram prijelaza stanja 2

- za svaku kombinaciju ulaza i stanja ucrtava se strelica (lúk) od trenutnog stanja u naredno stanje



Slika 3: Dijagram stanja–prijelaz stanja

	<i>F</i>	<i>E</i>	<i>R</i>	<i>ost</i>
<i>F</i>	(F, t)	(FE, t)	(ST, t)	(ST, t)

2. Zadaci za vježbu i aktivnost

Zadaci za aktivnost i vježbu u 4. tjednu nastave sadrže dovoljnu količinu zadataka u većem dijelu kojih se traži sinteza automata. Kako je analiza koja se traži u ovom zadatku značajno lakši problem studenti ne bi smjeli imati veći problema sa zadatkom.

3. Laboratorijske vježbe

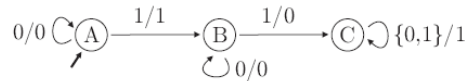
- e) Za treći sustav iz b) dijela zadatka konstruirajte model sustava u MATLAB-u ili Simulinku i provjerite (dokažite ili opovrgnite) vašu tvrdnju o tome ima li sustav memoriju.

Slično kao i u prethodnim zadacima možete promatrati odziv na dva signala. U ovom slučaju dva odabrana signala moraju biti različita osim u jednom trenutku t . Promatranjem odziva sustava možete zaključiti je li sustav memorijski ili ne.

13. zadatak: KONAČNI AUTOMAT

13. Konačni automat zadan je slikom. Na ulaz automata doveden je signal $u(n) = 0^k 1^m q^n$, gdje q može biti bilo 0 bilo 1. Oznaka 0^k znači da se znamenka 0 ponavlja k puta, dakle na ulaz automata dovodimo redom k nula, m jedinica te n nula ili jedinica. Koje je oblika izlaz iz sustava?

- a) $0^k 10^{m+n-1}$ b) $0^k 10^{m+n}$ c) $0^k 10^{m+n+1}$ d) $0^k 10^{m+n+2}$ e) $0^k 10^{m+n-2}$ f) Ništa od navedenoga!



Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: F

POTREBNA ZNANJA: Konačni automati.

Da bi izbjegli zamaranje studenata s graničnim slučajevima ($m, n, k \in \{0,1\}$), svim grupama je na samom ispitu rečeno da analiziraju slučaj za $m, n, k > 1$. U tom slučaju evidentno automat dođe u stanje C te na svom izlazu (kao zadnju znamenku) sigurno daje 1. Broj jedinica koje automat daje na izlazu ovisi o n i m . No, to nas niti ne interesira, pošto svi ponuđeni odgovori (a, b, c, d, e) na posljednjem mjestu imaju nule. Dakle, točan odgovor je f.

Statistika 1. međuispita:

63,25% studenata je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

Možda nešto neuobičajeniji zapis čini zadatak težim nego što je, no zapis je objašnjen u tekstu zadatka, a i studenti su mogli pitati (a i pitali su) kako se tumači notacija.

1. predavanja:

Šesto predavanje daje opis kako se automat zadaje dijagramom:

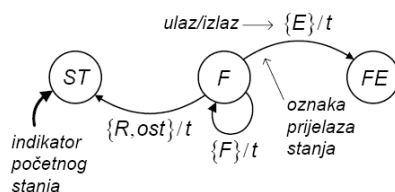
1.2. Dijagram prijelaza stanja

Dijagram prijelaza stanja 1

- kako bi se kreirao dijagram prijelaza stanja automata, kraće, dijagram stanja, prvo se ucrtaju krugovi koji predstavljaju moguća stanja

Dijagram prijelaza stanja 2

- za svaku kombinaciju ulaza i stanja ucrtava se strelica (lúk) od trenutnog stanja u naredno stanje



Slika 3: Dijagram stanja-prijelaz stanja

	F	E	R	ost
F	(F, t)	(FE, t)	(ST, t)	(ST, t)

2. Domaće zadaće (slični zadaci)

http://freddy.cc.fer.hr - Pregled (preview) Izlaz automata (C11, KN, 20070205-1413) - Mozilla ...

Pregled (preview) Izlaz automata (C11, KN, 20070205-1413)

1 Što je točno za automat na slici (jedan točan odgovor)?
Marks: --/1

Choose one answer.

- ☐ a. automat je nedeterministički
- ☐ b. automat je neispravno definiran
- ☐ c. to je beskonačan automat
- ☐ d. automat uvijek na izlazu daje 0
- ☐ e. automat bi trebao kretati iz stanja B, inače neće dobro raditi

Done 0.250s

http://freddy.cc.fer.hr - Pregled (preview) Početno stanje/ulazi/izlazi/nedeterministički (C11, KN, 20070205-1437)

Pregled (preview) Početno stanje/ulazi/izlazi/nedeterministički (C11, KN, 20070205-1437)

1 Što je točno za automat na slici (jedan točan odgovor)?
Marks: --/1

Choose one answer.

- ☐ a. Početno stanje je B, Ulazi={0,1}, Izlazi={0,1} i automat je deterministički
- ☐ b. Početno stanje je B, Ulazi={0,1}, Izlazi={0,1} i automat je nedeterministički
- ☐ c. Početno stanje je A, Ulazi={0,1}, Izlazi={0,1} i automat je nedeterministički
- ☐ d. Početno stanje je A, Ulazi={0,1}, Izlazi={0,1} i automat je deterministički
- ☐ e. Početno stanje je C, Ulazi={0,1}, Izlazi={0,1} i automat je deterministički

Done 0.250s

14. zadatak: DEFINICIJA DKA PREKO UREĐENE PETORKE

14. Uređena petorka koja u potpunosti opisuje automat sastoji se od:

- a) ulaza, izlaza, funkcije prijelaza, početnog stanja, konačnog stanja b) ulaza, izlaza, stanja, početnog stanja, konačnog stanja c) ulaza i izlaza d) ulaza, izlaza, početnog stanja, funkcije prijelaza e) ulaza, izlaza, stanja, funkcije prijelaza, konačnog stanja f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

14. F

Statistika 1. međuispita:

63,25% studenata je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

1. predavanja: 6. predavanje: prikaznice 15-18.

- pokazano je da je u opisu automata potrebno definirati skup stanja, početno stanje, skupove ulaznih i izlaznih znakova, te funkciju prijelaza između stanja
- automati se stoga definiraju uređenom petorkom
 - automat se definira uređenom petorkom

Automat = (Stanja, Ulazi, Izlazi, FunkcijaPrijelaza, pocetnoStanje)

pri čemu su

Stanja - skup mogućih vrijednosti stanja

Ulazi - ulazni skup znakova ili ulazni alfabet

Izlazi - izlazni skup znakova ili izlazni alfabet

pocetnoStanje $\in$ *Stanja* - početno stanje

FunkcijaPrijelaza : *Stanja* $\times$ *Ulazi* $\rightarrow$ *Stanja* $\times$ *Izlazi*

- funkcija prijelaza, za aktualno stanje i ulazni znak, definira naredno stanje i izlazni znak

2. Tomislav Petković, Branko Jeren i ostali: Zbirka riješenih zadataka iz signala i sustava: Primjer 12.1

3. Domaća zadaća: 2. domaća zadaća

Uređena petorka (C11, KN, 20070205-1449) :			
(7408)	Uređena petorka koja u potpunosti opisuje automat sastoji se od (jedan točan odgovor):		
ulaza i izlaza	(-0.25)	0/89	(0%)
ulaza, izlaza, stanja, početnog stanja, konačnog stanja	(-0.25)	0/89	(0%)
ulaza, izlaza, stanja, funkcije prijelaza, konačnog stanja	(-0.25)	0/89	(0%)
ulaza, izlaza, stanja, početnog stanja, funkcije prijelaza	(1.00)	89/89	(100%)
ulaza, izlaza, funkcije prijelaza, početnog stanja, konačnog stanja	(-0.25)	0/89	(0%)

15. zadatak: ODZIV SUSTAVA I ODZIV STANJA SUSTAVA

15. Zadan je konačan deterministički automat za koji je $Ulaži = \{0,1\}$ i $Izlazi = \{B,A,N\}$. Tom automatu na ulaz dovodimo niz 0,1,1,0,0,1. Koji je minimalan broj stanja koje taj automat mora imati da bi na izlazu mogao dati niz B,A,N,A,N,A?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6 f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:



Statistika 1. međuispita:

36,5% studenata je točno riješilo ovaj zadatak.

Obrazloženje:

1. Domaća zadaća: 2. domaća zadaća

Q#	Tekst pitanja	Tekst odgovora	partial credit	R. Counts	R.%	% Cor Facilit
(7144)	Potreban broj stanja (C12, ZB, 20070205-1538): Zadan je konačan deterministički automat kojemu su ulazni simboli iz skupa $\{0, 1\}$, a izlazni iz skupa $\{A, B\}$. Tom automatu na ulaz dovodimo niz 0, 1, 0, 1. Koji je minimalan broj stanja koje taj automat mora imati da bi na izlazu mogao dati niz A, B, B, A?	1	(-0.25)	0/85	(0%)	84 %
		2	(1.00)	74/85	(87%)	
		3	(-0.25)	5/85	(6%)	
		5	(-0.25)	1/85	(1%)	
		4	(-0.25)	4/85	(5%)	
(7145)	Potreban broj stanja (C12, ZB, 20070205-1539): Zadan je konačan deterministički automat kojemu su ulazni simboli iz skupa $\{0, 1\}$, a izlazni iz skupa $\{A, B\}$. Tom se automatu na ulaz dovodi niz 0, 0, 0, 0. Koji je minimalan broj stanja koje taj automat mora imati da bi na izlazu mogao dati niz A, A, B, B?	1	(-0.25)	0/79	(0%)	70 %
		2	(-0.25)	2/79	(3%)	
		4	(-0.25)	13/79	(16%)	
		5	(-0.25)	3/79	(4%)	
		3	(1.00)	60/79	(76%)	

2. Zadaci za vježbu i aktivnost

Zadaci za aktivnost i vježbu u 4. tjednu nastave sadrže dovoljnu količinu zadataka u većem dijelu kojih se traži sinteza automata. U ovom zadatku je potrebno napraviti sintezu automata te prebrojati koliko stanja imamo.

16. zadatak: IMPULSNI ODZIV SUSTAVA

16. Odziv diskretnog LTI sustava na jediničnu stepenicu je $y(n) = (n+1)\mu(n)$, pri čemu je $\mu(n)$ jedinična stepenica. Vrijednost impulsnog odziva u koraku 5 iznosi:

- a) 1 b) 2 c) 5 d) 6 e) 7 f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

TOČAN ODGOVOR: A

$$\begin{aligned} 16. \quad y(n) &= (n+1)\mu(n) \quad \leftarrow \mu(n) \\ h(n) & \quad \leftarrow \delta(n) = \mu(n) - \mu(n-1) \\ h(n) &= y(n) - y(n-1) \\ &= (n+1)\mu(n) - n\mu(n-1) \\ h(5) &= 6 \cdot \mu(5) - 5\mu(4) = 1 \end{aligned} \quad A$$

Drugi način rješavanja ovog zadatka zahtijevao je od studenata da prepoznaju u odzivu sustava konvoluciju dvije jedinične stepenice $y(n) = (n+1)\mu(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu(m)\mu(n-m)$. Ukoliko su to uvidjeli odgovor na ovo pitanje direktno slijedi.

Statistika 1. međuispita:

8,25% studenata je točno riješilo zadatak.

Obrazloženje:

Zadatak ispituje znaju li studenti primijeniti svojstva linearnosti i vremenske nepromjenjivosti tako da iz poznavanja odziva na neki signal odrede odziv na drugi signal uz uočavanje da se prvi signal može predstaviti kao linearna kombinacija vremenski pomaknutog drugog signala.

1. predavanja:

2. zadaci za aktivnost i vježbu

Zadatak 8 iz zadataka za aktivnost u 3. tjednu:

8. Odziv na jedinični skok, $u(t) = \mu(t)$, linearnog vremenski nepromjenjivog sustava glasi $y(t) = (1 - e^{-2t})\mu(t)$. Nađite odziv ovog sustava na ulaz $u(t) = 4\mu(t) - 4\mu(t-1)$.

3. Laboratorijske vježbe

Zadatak 3.2-4 objašnjava svojstva linearnih vremenski nepromjenjivih sustava.

17. zadatak: KONVOLUCIJA DISKRETNIH SIGNALA

17. Zadan je diskretni signal $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ kao $f(n) = \begin{cases} 1, & \text{za } n = 0, 1, 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$. Promatramo signal $q(n)$ koji je definiran kao konvolucija $q(n) = f(n) * f(n)$. Koliko iznosi $q(3)$?
- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

$$\begin{aligned}
 17. \quad f(n) &= \begin{cases} 1, & n = 0, 1, 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \\
 q(n) &= f(n) * f(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k) f(n-k) \\
 q(3) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k) f(3-k) = f(0)f(3) + f(1)f(2) + f(2)f(1) + f(3)f(0) + \dots \\
 &= 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 2
 \end{aligned}$$

Statistika 1. međuispita:

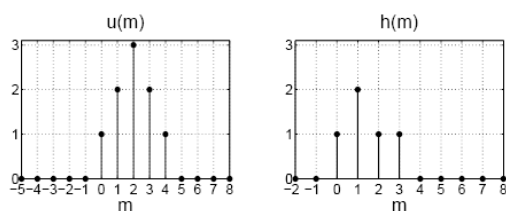
33,75% studenata je točno riješilo ovaj zadatak.

Obrazloženje:

1. predavanja: 9. predavanje: prikaznice 3-6.

Primjer konvolucijske sumacije

$$\begin{aligned}
 y(n) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} u(m) h(n-m), \\
 \text{za } n=2 \Rightarrow y(2) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} u(m) h(2-m)
 \end{aligned}$$

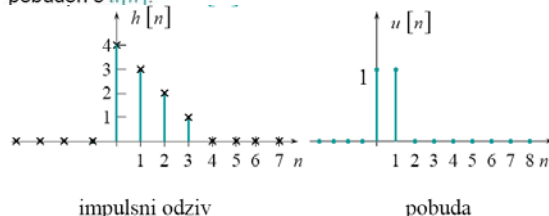


2. Zadaci za aktivnost, 5. tjedan: zadaci 5. i 6.

6. Nađite odziv diskretnog sustava na pobudu $u(n) = \alpha^n \mu(n)$, ako je poznat impulsni odziv sustava $h(n) = \beta^n \mu(n)$.

3. Zadaci za vježbu, 5. tjedan: zadatak 4.

Korištenjem konvolucijske sumacije odrediti odziv diskretnog sustava zadanog impulsnim odzivom $h[n]$. Sustav je pobuđen s $u[n]$.



4. Tomislav Petković, Branko Jeren i ostali: Zbirka riješenih zadataka iz signala i sustava: Primjer 13.10, polovica primjera 13.13.

18. zadatak: ODZIV SUSTAVA

18. Zadan je LTI sustav opisan matricama $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ 0]$ i $D = [0]$. Koliko iznosi odziv nepobuđenog sustava za $n \geq 0$ uz početne uvjete $x(0) = [1 \ 1]^T$? Uputa: raspišite $A^n = A \cdot A \cdot A \cdots A$ i računajte $A \cdot A$, $A \cdot A \cdot A$ itd.
- a) $1+n$ b) $2+n$ c) 0 d) 1 e) n f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

18. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $A^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ $y(n) = \begin{cases} Cx(0), & n=0 \\ CA^n x(0), & n>0 \end{cases}$

$C = [1 \ 0]$ $D = [0]$

$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $[1 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = [1 \ n] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 1+n$ D

Statistika 1. međuispita:

44,0% studenata je točno riješilo ovaj zadatak.

Obrazloženje:

1. predavanja: 8. predavanje: prikaznice 22-30.

nepobuđenog sustava, $u(n) = 0$

$$y(n) = \begin{cases} Cx(0), & n=0 \\ CA^n x(0), & n>0 \end{cases}$$

2. Zadaci za aktivnost, 5. tjedan: zadatak 3.

3. Audio oscilator je sustav koji proizvodi sinusoidalni signal dane frekvencije ω . Ovaj sustav je moguće prikazati pomoću modela s varijablama stanja:

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\omega) & -\sin(\omega) \\ \sin(\omega) & \cos(\omega) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0], D=0.$$

- a. Matematičkom indukcijom dokažite: $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\omega & -\sin n\omega \\ \sin n\omega & \cos n\omega \end{bmatrix}$.
- b. Nađite odziv stanja nepobuđenog sustava, te odziv nepobuđenog sustava, ako je početno stanje $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.
- c. Nađite impulsni odziv mirnog sustava.

3. Zadaci za vježbu, 5. tjedan: zadatak 3.

3. Dana je matrica A vremenski diskretnog SISO sustava $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Nađite A^n , te odziv stanja nepobuđenog sustava, ukoliko su početna stanja:

- a. $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
- b. $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
- c. $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

Kako je vidljivo, zadatak je **IDENTIČAN** unaprijed riješenom primjeru!

19. zadatak: ODZIV SUSTAVA I ODZIV STANJA SUSTAVA

19. Zadan je LTI sustav opisan matricama A , B , C i D . Koliko iznosi odziv sustava?

- a) $y(n) = CA^n x(0) + Du(n) + \sum_{m=0}^{n-1} CA^{n-1-m} Bu(m)$ b) $y(n) = CA^n x(0) + \sum_{m=0}^{n-1} CA^{n-1-m} Bu(m)$
c) $y(n) = Du(n) + \sum_{m=0}^{n-1} CA^{n-1-m} Bu(m)$ d) $x(n) = A^n x(0) + \sum_{m=0}^{n-1} A^{n-1-m} Bu(m)$
e) $x(n) = A^n x(0) + Du(n) + \sum_{m=0}^{n-1} A^{n-1-m} Bu(m)$ f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na meduispitu:

19. ODZIV SUSTAVA A

Statistika 1. meduispita:

44,5% studenata je točno riješilo ovaj zadatak.

Obrazloženje:

1. predavanja: 8. predavanje: prikaznice 22-30.

odziv stanja i odziv sustava su

$$x(n) = A^n x(0) + \sum_{m=0}^{n-1} A^{n-1-m} Bu(m), \quad n > 0$$

$$y(0) = Cx(0) + Du(0)$$

$$y(n) = CA^n x(0) + \sum_{m=0}^{n-1} CA^{n-1-m} Bu(m) + Du(n), \quad n > 0$$

2. Zadaci za aktivnost, 5. tjedan: zadatak 3.

3. Audio oscilator je sustav koji proizvodi sinusoidalni signal dane frekvencije ω . Ovaj sustav je moguće prikazati pomoću modela s varijablama stanja:

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\omega) & -\sin(\omega) \\ \sin(\omega) & \cos(\omega) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = 0.$$

- a. Matematičkom indukcijom dokažite: $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\omega & -\sin n\omega \\ \sin n\omega & \cos n\omega \end{bmatrix}$.
b. Nađite odziv stanja nepobuđenog sustava, te odziv nepobuđenog sustava, ako je početno stanje $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.
c. Nađite impulsni odziv mirnog sustava.

3. Zadaci za vježbu, 5. tjedan: zadatak 3.

3. Dana je matrica A vremenski diskretnog SISO sustava $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Nađite A^n , te odziv stanja nepobuđenog sustava, ukoliko su početna stanja:

- a. $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
b. $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
c. $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

20. zadatak: ODZIV SUSTAVA I ODZIV STANJA SUSTAVA

20. Zadan je LTI sustav opisan matricama $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ 1]$ i $D = [1]$. Ukoliko su početni uvjeti $x(0) = [x_1 \ x_2]^T$ pronađite prve dvije vrijednosti $u(0)$ i $u(1)$ ulaznog signala tako da se sustav u koraku dva nađe u stanju $x(2) = [0 \ 0]^T$.
- a) $u(0) = -x_1 - 2x_2$, $u(1) = x_1 + x_2$ b) $u(0) = -2x_1 - 2x_2$, $u(1) = 0$ c) $u(0) = -x_1$, $u(1) = -x_2$
d) $u(0) = -2x_1$, $u(1) = -4x_2$ e) $u(0) = -2x_1 - x_2$, $u(1) = -x_1 - x_2$ f) Ništa od navedenoga!

Rješenje i postupak rješavanja za ovaj zadatak na međuispitu:

20 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $J = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = A^2 x(0) + AB u(0) + JB u(1)$
 $= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(0) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(1) = \begin{bmatrix} 2x_1 + x_2 + u(0) \\ x_1 + x_2 + u(1) \end{bmatrix}$
 E
 $u(0) = -2x_1 - x_2$
 $u(1) = -x_1 - x_2$

Statistika 1. međuispita:

34,0% studenata je točno riješilo ovaj zadatak.

Obrazloženje:

1. predavanja: 8. predavanje: prikaznice 22-30.

- možemo napisati odziv stanja za n -ti korak

$$x(n) = A^n x(0) + \sum_{m=0}^{n-1} A^{n-1-m} B u(m), \quad \forall n > 0$$

2. Zadaci za aktivnost, 5. tjedan: zadatak 4.

4. Dana je matrica A vremenski diskretnog SISO LTI sustava $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, te vektor

$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Pretpostavite da je $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$. Nađite ulaznu sekvencu $u(0)$, $u(1)$ takve da je

stanje u drugom koraku $x(2) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

Drugi dio:

Mogući razlozi (ne)uspjeha na
prvom međuispitu

Mogući razlozi lošeg rezultata

Razlozi vezani izravno uz predmet Signali i sustavi:

1. Svi prisutni asistenti na laboratorijskim vježbama koje su se održale u tjednu prije međuispita mogu potvrditi:
 - a. Većina studenata je vjerojatno imala prepisanu vježbu.
 - b. Većina studenata je na vježbu došla potpuno nepripremljeno.
 - c. Dio studenata se nije ni potrudio razumjeti vježbu.
 - d. Dojma smo da je stvorena atmosfera da se na takav način laboratorijske vježbe mogu proći te da nije potrebno uložiti više truda.

Studenti su u prosjeku dobili više bodova nego što su stvarno zaslužili prema pokazanom (ne)znanju na vježbi. Za razliku od laboratorijskih vježbi prvi međuispit je strojno ocjenjivan i kao takav je pokazao stvarnu razinu znanja studenata.

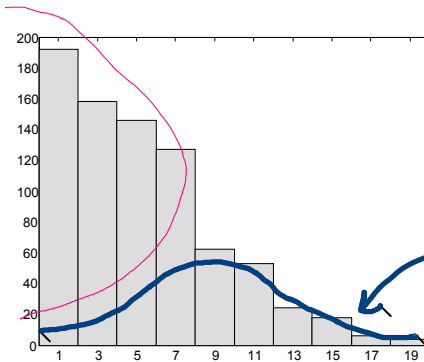
2. Na jednom od predavanja dr.sc. Igor Lacković je studentima dao kratki 5 minutni test od 3 lagana zadatka koji je sam sastavio radi bodovanja aktivnosti na nastavi. Rezultat je:
 - a. Otprilike polovica prisutnih studenata je izašlo iz učionice i uopće nije htjelo pisati ispit! *Napominjemo da su se studenti žalili kako ne dajemo dovoljno mogućnosti za dobivanje bodova iz aktivnosti, a kada im se ponudi mogućnost ne prihvaćaju je!*
 - b. Od preostalih 20 studenata koji su rješavali test svega nekoliko studenata je točno riješilo zadatke i dobilo bod (4 studenta 1 bod, 7 studenata 0,5 boda).
3. Nije stvoreno okruženje u kojem bi studenti zaista kontinuirano radili. Iako se studentima stalno naglašava kontinuirani rad (domaće zadaće, zadaci za bodove iz aktivnosti itd.), kako ne postoji instrument kazne, iskušenje da se sve odloži za „sutra“ je preveliko. S druge pak strane studenti unutar jednog tjedna moraju pokazati znanje koje su stekli tijekom ciklusa na svim predmetima. Ako se međuispitom ne ispituje samo poznavanje gradiva, već i *primjena istog*, mnogi studenti ga nisu u stanju uspješno riješiti.
4. Ukinute su auditorne vježbe koje su odgovarale radu sa studentima u malim grupama (do 35 studenata). Grupe na predmetu Signali i sustavi prema FER-2 programu su veličine grupa koje su nekada bile na predavanjima.

Razlozi koji nisu izravno vezani uz predmet:

5. Prema završnim statistikama za veliki dio predmeta na FER-u 2 postoji grupiranje studenata oko granice za prolaz koja iznosi 50 bodova. Pravo mjerilo ocjene moralo bi biti POKAZANO ZNANJE, odnosno student koji stekne 60-tak bodova ne bi trebao dobiti ocjenu izvrstan. Da je skala ocjena definirana apsolutno, a ne relativno studenti bi bili prisiljeni na kontinuirani rad jer je se u tom slučaju mora pokazati znanje (odnosno ne bi bilo dovoljno biti samo mrvicu bolji od većine kolega).

SLUTNJA: Kako nastavnici sve više podilaze željama studenata te prilagođavaju ispite pokazanoj razini (ne)znanja s ciljem da veći dio studenata ipak položi ispit studenti koji bi trebali pasti ipak *jedva* prođu. To naposljetku znači da će veliki dio studenta biti grupiran oko granice prolaznosti jer su nastavnici prilagođavanjem ispita uzrok tome.

DIO STUDENATA
KOJI SE NIJE
DOBRO
PRIPREMILO!



OVO BI
HTJELI!

6. Gotovo sve nastavne aktivnosti koje se boduju i koje se ne odvijaju u kontroliranim uvjetima prati problem prepisivanja. Zbog prevelikog broja studenata i ograničenog broja nastavnika nismo u stanju stvoriti kontrolirane uvjete za takve aktivnosti, a s druge strane studenti neće promijeniti svoje navike preko noći. Na žalost, puštanjem studenata da rade kako njima odgovara potičemo nepoželjne navike kao što je prepisivanje bez razmišljanja.
7. Na fakultetu izgleda prevladava općeniti stav da se ispiti moraju jednostavno polagati. Studentski stav bi se vjerojatno mogao sažeti u izjavu „*Ako ne prođem ovako proći ću onako, nije baš nužno da ja to dobro naučim, dovoljno je biti nešto bolji od kolega...*“. Studentima se izgleda sve više popušta te oni očekuju da će tako biti na svakom predmetu.
8. „*Ne smijete nas pitati ništa osim direktno onih zadataka koje ste nam dali!*“
Učimo li studente receptima i šablonama ili ih učimo kritičkom razmišljanju i primjeni stečenih znanja na nove probleme?
9. U neformalnom razgovoru se čuje i sljedeće „Pusti studente čak i ako ne znaju jer se tako olakšava posao na godinu“. Je li svrha Sveučilišta obrazovanje studenata ili je svrha minimizacija posla (pre)zaposlenih nastavnika!?
10. Prema dostupnim informacijama većina studenata se u tjednu prije međuispita nije aktivno pripremala za ispit – stav je da je dovoljno 1-2 dana prije pogledati gradivo.

Dodatak:

Međuispiti

Signali i sustavi
Prvi međuispit (grupa A) – 2. travnja 2007.

1. Zadan je signal $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, $x(t) = (-1)^{j|t|}$. Odredite neparnu komponentu signala.
a) 0 b) $(-1)^{j|t|}$ c) $\frac{1}{2}((-1)^{jt} - (-1)^{-jt})$ d) $\frac{1}{2}((-1)^{jt} + (-1)^{-jt})$ e) $(-1)^{jt}$ f) Ništa od navedenoga!
2. Zadan je kontinuirani signal $x(t) = e^{j2\pi t} \sin(t + \pi/3)$. Izračunajte njegovu snagu.
a) 0 b) 1/2 c) 1 d) 2 e) $+\infty$ f) Ništa od navedenoga!
3. Zadan je signal $x(n) = n(\mu(n) - \mu(n-4))$. Energija tog signala je:
a) 5 b) 14 c) 30 d) 55 e) 91 f) Ništa od navedenoga!
4. Zadan je diskretan signal $x(n) = \cos(n/3 + 1)$. Je li signal periodičan i koliki mu je temeljni period?
a) Signal nije periodičan! b) Periodičan je, 6. c) Periodičan je, $2\pi/3$. d) Periodičan je, 6π .
e) Periodičan je, period je bilo koji cijeli broj. f) Ništa od navedenoga!
5. Zadan je diskretan signal $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$. Definiramo novi signal $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ na sljedeći način: $\forall n \in \mathbb{Z}$, $f(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(n-kp)$, pri čemu je $p \in \mathbb{N}$. Kada je signal $f(n)$ periodičan? Izaberite najopćenitiji uvjet od ponuđenih uz pretpostavku da suma uvijek konvergira:
a) Za svaki diskretni signal g . b) Za svaki diskretni periodički signal g . c) Za svaki diskretni harmonijski signal g .
d) Za konstantne diskretne signale g . e) Ne postoji takav g da bi f bio periodičan. f) Ništa od navedenoga!
6. Zadan je kontinuiran sustav $S : [\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}] \rightarrow [\mathbb{R} \rightarrow \{-1, 0, 1\}]$. Veza između ulaza i izlaza sustava dana je izrazom

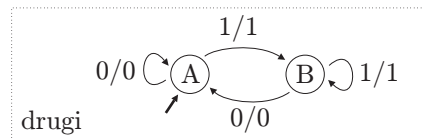
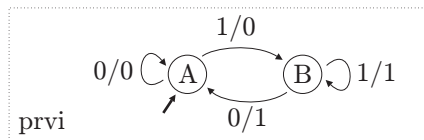
$$y(t) = \begin{cases} -1, & u(t) < 0 \\ 0, & u(t) = 0 \\ 1, & u(t) > 0 \end{cases}$$

koji vrijedi $\forall t \in \mathbb{R}$. Izaberi točnu izjavu:

- a) Sustav je linearan i vremenski nepromjenjiv! b) Sustav je linearan i bezmemorijski!
c) Sustav je nelinearan i vremenski promjenjiv! d) Sustav je nelinearan i memorijski!
e) Sustav je vremenski nepromjenjiv i bezmemorijski! f) Ništa od navedenoga.
7. Zadan je sustav $y(n) = (1 - \alpha) \sum_{m=0}^n \alpha^m u(n-m)$, pri čemu dani izraz vrijedi samo za $n \in \mathbb{N}_0$ i $\alpha \in (0, 1)$. Koliko iznosi izlaz sustava u beskonačnosti ako na ulaz sustava dovedemo diskretnu jediničnu stepenicu?
a) -1 b) 0 c) 1 d) 2 e) 3 f) Ništa od navedenoga!
8. Zadan je diskretan sustav $y(n) = e^{j2\pi n} u(n)$. Koja je od ponuđenih tvrdnji točna:
a) Sustav je linearan i vremenski nepromjenjiv. b) Sustav je nelinearan i vremenski nepromjenjiv.
c) Sustav je linearan i vremenski promjenjiv. d) Sustav je nelinearan i vremenski promjenjiv.
e) Sustav je linearan i memorijski. f) Ništa od navedenoga!
9. Odziv diskretnog LTI sustava na jediničnu stepenicu $\mu(n)$ je $y(n) = (n+1)\mu(n)$. Ukoliko s $h(n)$ označimo odziv sustava na Kroneckerov δ -impuls izračunajte koliko iznosi $\sum_{m=-\infty}^n h(m)$.
a) $(n-2)\mu(n)$ b) $(n-1)\mu(n)$ c) $n\mu(n)$ d) $(n+1)\mu(n)$ e) $(n+2)\mu(n)$ f) Ništa od navedenoga!
10. Zadan je diskretan linearan sustav S . Ako su poznati odzivi sustava $y_k(n)$ na pobudu $u_k(n) = \delta(n-k)$ za sve $k \in \mathbb{Z}$ za kakve sve ulazne signale možemo odrediti odziv sustava? Izaberite najopćenitiji uvjet od ponuđenih!
a) Na proizvoljne diskretne signale. b) Na proizvoljne periodične diskretne signale.
c) Na proizvoljne harmonijske diskretne signale. d) Na proizvoljne konstantne diskretne signale.
e) Na nikakve. f) Ništa od navedenoga!
11. Odaberite linearan vremenski nepromjenjiv sustav:
a) $y(t) = u^2(t)$ b) $y(t) = tu(t) + 2$ c) $y(t) = u(t-2)$ d) $y(t) = \sin(\frac{\pi}{2}u(t))$ e) $y(t) = 2$
f) Takav nije ponuđen!

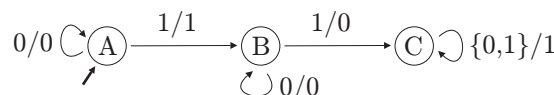
12. Dva automata su zadana slikom. Koja je izjava točna?

- a) Prvi je memorijski sustav, a drugi nije. b) Prvi nije memorijski sustav, a drugi je.
 c) Oba su memorijski sustavi. d) Oba nisu memorijski sustavi.
 e) Na osnovi danih informacija ne možemo zaključiti jesu li memorijski.
 f) Ništa od navedenoga!



13. Konačni automat zadan je slikom. Na ulaz automata doveden je signal $u(n) = 0^k 1^m q^n$, gdje q može biti bilo 0 bilo 1. Oznaka 0^k znači da se znamenka 0 ponavlja k puta, dakle na ulaz automata dovodimo redom k nula, m jedinica te n nula ili jedinica. Kojeg je oblika izlaz iz sustava?

- a) $0^k 10^{m+n-1}$ b) $0^k 10^{m+n}$ c) $0^k 10^{m+n+1}$ d) $0^k 10^{m+n+2}$ e) $0^k 10^{m+n-2}$ f) Ništa od navedenoga!



14. Uređena petorka koja u potpunosti opisuje automat sastoji se od:

- a) ulaza, izlaza, funkcije prijelaza, početnog stanja, konačnog stanja b) ulaza, izlaza, stanja, početnog stanja, konačnog stanja
 c) ulaza i izlaza d) ulaza, izlaza, početnog stanja, funkcije prijelaza e) ulaza, izlaza, stanja, funkcije prijelaza, konačnog stanja
 f) Ništa od navedenoga!

15. Zadan je konačan deterministički automat za koji je $Ulaži = \{0, 1\}$ i $Izlazi = \{B, A, N\}$. Tom automatu na ulaz dovodimo niz 0, 1, 1, 0, 0, 1. Koji je minimalan broj stanja koje taj automat mora imati da bi na izlazu mogao dati niz B, A, N, A, N, A?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6 f) Ništa od navedenoga!

16. Odziv diskretnog LTI sustava na jediničnu stepenicu je $y(n) = (n+1)\mu(n)$, pri čemu je $\mu(n)$ jedinična stepenica. Vrijednost impulsnog odziva u koraku 5 iznosi:

- a) 1 b) 2 c) 5 d) 6 e) 7 f) Ništa od navedenoga!

17. Zadan je diskretni signal $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ kao $f(n) = \begin{cases} 1, & \text{za } n = 0, 1, 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$. Promatramo signal $q(n)$ koji je definiran kao konvolucija $q(n) = f(n) * f(n)$. Koliko iznosi $q(3)$?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) Ništa od navedenoga!

18. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \ 0]$ i $\mathbf{D} = [0]$. Koliko iznosi odziv nepobuđenog sustava uz početne uvjete $\mathbf{x}(0) = [1 \ 1]^T$? Uputa: raspišite $\mathbf{A}^n = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdots \mathbf{A}$ i računajte $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$ itd.

- a) 0 b) 1 c) n d) $1+n$ e) $2+n$ f) Ništa od navedenoga!

19. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ i $\mathbf{D}$. Koliko iznosi odziv sustava?

- a) $\mathbf{y}(n) = \mathbf{C}\mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$ b) $\mathbf{y}(n) = \mathbf{C}\mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$
 c) $\mathbf{y}(n) = \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$ d) $\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$
 e) $\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$ f) Ništa od navedenoga!

20. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \ 1]$ i $\mathbf{D} = [1]$. Ukoliko su početni uvjeti $\mathbf{x}(0) = [x_1 \ x_2]^T$ pronađite prve dvije vrijednosti $u(0)$ i $u(1)$ ulaznog signala tako da se sustav u koraku dva nađe u stanju $\mathbf{x}(2) = [0 \ 0]^T$.

- a) $u(0) = -x_1 - 2x_2$, $u(1) = x_1 + x_2$ b) $u(0) = -2x_1 - 2x_2$, $u(1) = 0$ c) $u(0) = -x_1$, $u(1) = -x_2$
 d) $u(0) = -2x_1$, $u(1) = -4x_2$ e) $u(0) = -2x_1 - x_2$, $u(1) = -x_1 - x_2$ f) Ništa od navedenoga!

A grupen

1.

$$x(t) = (-1)^{\partial|t|}$$

$$\begin{aligned} \text{separat} \quad x_n(t) &= \frac{1}{2} (x(t) - x(-t)) \\ &= \frac{1}{2} ((-1)^{\partial|t|} - (-1)^{\partial|-t|}) \\ &= \frac{1}{2} ((-1)^{\partial|t|} - (-1)^{\partial|t|}) = 0 \end{aligned}$$

A

$$\frac{1}{2} ((-1)^{\partial t} - (-1)^{-\partial t}) = \frac{1}{2} ((-1)^{\partial t} - \frac{1}{(-1)^{\partial t}})$$

$$2^{\partial} = e^{\ln 2^{\partial}} = e^{\partial \ln 2} = \cos(\ln 2) + j \sin(\ln 2)$$

$$(-1)^{\partial t} = e^{\ln(-1)^{\partial t}} =$$

2. $x(t) = e^{j2\pi t} \sin(t + \frac{\pi}{3})$

$$\begin{aligned} |e^{j2\pi t}| &= |\cos 2\pi t + j \sin 2\pi t| \\ &= \sqrt{\cos^2 2\pi t + \sin^2 2\pi t} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |e^{j2\pi t} \sin(t + \frac{\pi}{3})|^2 dt$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \sin^2(t + \frac{\pi}{3}) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{1 - \cos(t + \frac{\pi}{3})}{2} dt$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{T}{2} + \frac{T}{2} \right) - \frac{1}{2} \sin(t + \frac{\pi}{3}) \right) \Big|_{-T/2}^{T/2}$$

B

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left(\sin(\frac{T}{2} + \frac{\pi}{3}) - \sin(-\frac{T}{2} + \frac{\pi}{3}) \right) \\ &\quad \sin \frac{T}{2} \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{T}{2} \sin \frac{\pi}{3} - \sin \frac{T}{2} \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{T}{2} \\ &\quad 2 \sin \frac{T}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{3} = \sin \frac{T}{2} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sin \frac{T}{2} = \frac{1}{2}$$

3. $x(n) = n/\mu(n) - \mu(n-1)$

$$E = \sum_{n=0}^3 n^2 = 1 + 4 + 9 = 14$$

B

4. $x(n) = \cos(\frac{n}{3} + 1)$

$$x(n+N) = \cos(\frac{n+N}{3} + 1) = \cos(\frac{n}{3} + 1 + \frac{N}{3})$$

A

$$\frac{N}{3} = 2k\pi$$

$$N = 6k\pi \notin \mathbb{N}$$

ni je period

5. A

6. E

7. $y(n) = (-\alpha + 1) \frac{1}{1-\alpha} = 1$ C

8. $y(n) = e^{j2\pi n} u(n)$ LIN
BEGREIFEN
VERSTEHEN A

9. $y(n) = (n+1)\mu(n)$ D

10. A

11. LIN, NEPERON C

A grupa

12.
$$\begin{array}{c|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{array}$$

MEM

2.
$$\begin{array}{c|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

BEZ MEM A

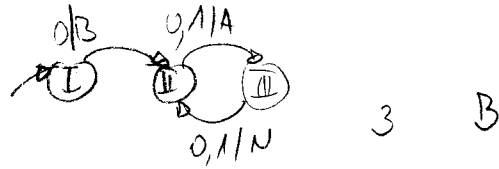
13.
$$u(n) = \begin{matrix} 0^m 1^m 2^n \\ 0^m 1 0^{m-1} 1^n \end{matrix}$$
 F

14. F

15.
$$U_{kari} = \{0, 1\}$$

$$V_{kari} = \{B, A, N\}$$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ B & A & N & A & N & A \end{array}$$



3 B

16.
$$y(n) = (n+1)\mu(n) \leftarrow \mu(n)$$

$$h(n) \leftarrow \delta(n) = \mu(n) - \mu(n-1)$$

$$h(n) = y(n) - y(n-1)$$

$$= (n+1)\mu(n) - n\mu(n-1)$$

$$h(5) = 6 \cdot \mu(5) - 5\mu(4) = 1$$
 A

17.
$$f(n) = \begin{cases} 1, & n=0,1,2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

$$g(n) = f(n) * f(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)f(n-k)$$

$$g(3) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)f(3-k) = f(0)f(3) + f(1)f(2) + f(2)f(1) + f(3)f(0) + f(4)f(-1) + \dots$$

$$= 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 2$$
 C

18.
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad y(n) = \begin{cases} Cx(0) & n=0 \\ CA^n x(0) & n>0 \end{cases}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 1+n$$
 D

19. ODZIV SUSTAVA A

20.
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = A^2 x(0) + AB u(0) + IB u(1)$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(0) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(1) = \begin{bmatrix} 2x_1 + x_2 + u(0) \\ x_1 + x_2 + u(1) \end{bmatrix}$$

E
$$u(0) = -2x_1 - x_2$$

$$u(1) = -x_1 - x_2$$

Signali i sustavi
Prvi međuispit (Grupa B) – 2. travnja 2007.

1. Zadan je signal $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, $x(t) = (-1)^{j|t|}$. Odredite parnu komponentu signala.
a) 0 b) $(-1)^{j|t|}$ c) $\frac{1}{2}((-1)^{jt} - (-1)^{-jt})$ d) $\frac{1}{2}((-1)^{jt} + (-1)^{-jt})$ e) $(-1)^{jt}$ f) Ništa od navedenoga!
2. Zadan je kontinuirani signal $x(t) = \sqrt{2}e^{j\pi t} \sin(t + \pi/3)$. Izračunajte njegovu snagu.
a) 0 b) 1/2 c) 1 d) 2 e) $+\infty$ f) Ništa od navedenoga!
3. Zadan je signal $x(n) = n(\mu(n) - \mu(n-5))$. Energija tog signala je:
a) 5 b) 14 c) 30 d) 55 e) 91 f) Ništa od navedenoga!
4. Zadan je diskretan signal $x(n) = \cos(n/5 + 1)$. Je li signal periodičan i koliki mu je temeljni period?
a) Signal nije periodičan! b) Periodičan je, 10. c) Periodičan je, $2\pi/5$. d) Periodičan je, 10π .
e) Periodičan je, period je bilo koji cijeli broj. f) Ništa od navedenoga!
5. Zadan je diskretan signal $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$. Definiramo novi signal $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ na sljedeći način: $\forall n \in \mathbb{Z}$, $f(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(n-kp)$, pri čemu je $p \in \mathbb{N}$. Kada je signal $f(n)$ periodičan? Izaberite najopćenitiji uvjet od ponuđenih uz pretpostavku da suma uvijek konvergira:
a) Za svaki diskretni periodički signal g . b) Za svaki diskretni harmonijski signal g . c) Za svaki diskretni signal g .
d) Ne postoji takav g da bi f bio periodičan. e) Za konstantne diskretne signale g . f) Ništa od navedenoga!
6. Zadan je kontinuiran sustav $S : [\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}] \rightarrow [\mathbb{R} \rightarrow \{-1, 0, 1\}]$. Veza između ulaza i izlaza sustava dana je izrazom

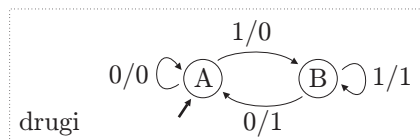
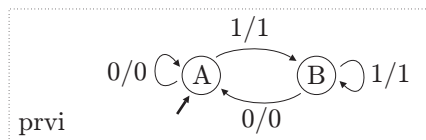
$$y(t) = \begin{cases} -1, & u(t) < 0 \\ 0, & u(t) = 0 \\ 1, & u(t) > 0 \end{cases}$$

koji vrijedi $\forall t \in \mathbb{R}$. Izaberi točnu izjavu:

- a) Sustav je linearan i bezmemorijski! b) Sustav je linearan i vremenski nepromjenjiv!
c) Sustav je nelinearan i vremenski promjenjiv! d) Sustav je vremenski nepromjenjiv i bezmemorijski!
e) Sustav je nelinearan i memorijski! f) Ništa od navedenoga!
7. Zadan je sustav $y(n) = (1 + \alpha) \sum_{m=0}^n \alpha^m u(n-m)$, pri čemu dani izraz vrijedi samo za $n \in \mathbb{N}_0$ i $\alpha \in (0, 1)$. Koliko iznosi izlaz sustava u beskonačnosti ako na ulaz sustava dovedemo diskretnu jediničnu stepenicu?
a) -1 b) 0 c) 1 d) 2 e) 3 f) Ništa od navedenoga!
8. Zadan je diskretan sustav $y(n) = e^{j6\pi n} u(n)$. Koja je od ponuđenih tvrdnji točna:
a) Sustav je nelinearan i vremenski promjenjiv. b) Sustav je nelinearan i vremenski nepromjenjiv.
c) Sustav je linearan i vremenski nepromjenjiv. d) Sustav je linearan i memorijski.
e) Sustav je linearan i vremenski promjenjiv. f) Ništa od navedenoga!
9. Odziv diskretnog LTI sustava na jediničnu stepenicu $\mu(n)$ je $y(n) = (n+2)\mu(n)$. Ukoliko s $h(n)$ označimo odziv sustava na Kroneckerov δ -impuls izračunajte koliko iznosi $\sum_{m=-\infty}^n h(m)$.
a) $(n-2)\mu(n)$ b) $(n-1)\mu(n)$ c) $n\mu(n)$ d) $(n+1)\mu(n)$ e) $(n+2)\mu(n)$ f) Ništa od navedenoga!
10. Zadan je diskretan linearan sustav S . Ako su poznati odzivi sustava $y_k(n)$ na pobudu $u_k(n) = \delta(n-k)$ za sve $k \in \mathbb{Z}$ za kakve sve ulazne signale možemo odrediti odziv sustava? Izaberite najopćenitiji uvjet od ponuđenih!
a) Na nikakve. b) Na proizvoljne periodične diskretne signale.
c) Na proizvoljne harmonijske diskretne signale. d) Na proizvoljne konstantne diskretne signale.
e) Na proizvoljne diskretne signale. f) Ništa od navedenoga!
11. Odaberite linearan vremenski nepromjenjiv sustav:
a) $y(t) = \sin(u(t))$ b) $y(t) = \sin(t)u(t)$ c) $y(t) = 3$ d) $y(t) = u(t-3)$ e) $y(t) = \sin(\frac{\pi}{2}u(t))$
f) Takav nije ponuđen!

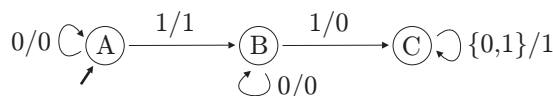
12. Dva automata su zadana slikom. Koja je izjava točna?

- a) Prvi je memorijski sustav, a drugi nije. b) Prvi nije memorijski sustav, a drugi je.
 c) Oba su memorijski sustavi. d) Oba nisu memorijski sustavi.
 e) Na osnovi danih informacija ne možemo zaključiti jesu li memorijski.
 f) Ništa od navedenoga!



13. Konačni automat zadan je slikom. Na ulaz automata doveden je signal $u(n) = 0^k 1^m q^n$, gdje q može biti bilo 0 bilo 1. Oznaka 0^k znači da se znamenka 0 ponavlja k puta, dakle na ulaz automata dovodimo redom k nula, m jedinica te n nula ili jedinica. Kojeg je oblika izlaz iz sustava?

- a) $0^k 10^{m+n-1}$ b) $0^k 10^{m+n}$ c) $0^k 10^{m+n-2}$ d) $0^k 10^{m+n+1}$ e) $0^k 10^{m+n+2}$ f) Ništa od navedenoga!



14. Uređena petorka koja u potpunosti opisuje automat sastoji se od:

- a) ulaza, izlaza, funkcije prijelaza, početnog stanja, konačnog stanja b) ulaza, izlaza, stanja, početnog stanja, konačnog stanja
 c) ulaza, izlaza, početnog stanja, funkcije prijelaza d) ulaza, izlaza, stanja, funkcije prijelaza, konačnog stanja
 e) ulaza i izlaza f) Ništa od navedenoga!

15. Zadan je konačan deterministički automat za koji je $Ulazi = \{0, 1\}$ i $Izlazi = \{B, A, N\}$. Tom automatu na ulaz dovodimo niz 0, 1, 0, 1, 0, 1. Koji je minimalan broj stanja koje taj automat mora imati da bi na izlazu mogao dati niz B, A, N, A, N, A?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6 f) Ništa od navedenoga!

16. Odziv diskretnog LTI sustava na jediničnu stepenicu je $y(n) = n\mu(n)$, pri čemu je $\mu(n)$ jedinična stepenica. Vrijednost impulsnog odziva u koraku 5 iznosi:

- a) 1 b) 2 c) 5 d) 6 e) 7 f) Ništa od navedenoga!

17. Zadan je diskretni signal $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ kao $f(n) = \begin{cases} 1, & \text{za } n = 0, 1, 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$. Promatramo signal $q(n)$ koji je definiran kao konvolucija $q(n) = f(n) * f(n)$. Koliko iznosi $q(2)$?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) Ništa od navedenoga!

18. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \ 0]$ i $\mathbf{D} = [0]$. Koliko iznosi odziv nepobuđenog sustava uz početne uvjete $\mathbf{x}(0) = [1 \ 1]^T$? Uputa: raspišite $\mathbf{A}^n = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdots \mathbf{A}$ i računajte $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$ itd.

- a) n b) 0 c) 1 d) $1 + n$ e) $2 + n$ f) Ništa od navedenoga!

19. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ i $\mathbf{D}$. Koliko iznosi odziv stanja sustava?

- a) $\mathbf{y}(n) = \mathbf{C}\mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$ b) $\mathbf{y}(n) = \mathbf{C}\mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$
 c) $\mathbf{y}(n) = \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$ d) $\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$
 e) $\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$ f) Ništa od navedenoga!

20. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \ 1]$ i $\mathbf{D} = [1]$. Ukoliko su početni uvjeti $\mathbf{x}(0) = [x_1 \ x_2]^T$ pronađite prve dvije vrijednosti $u(0)$ i $u(1)$ ulaznog signala tako da se sustav u koraku dva nađe u stanju $\mathbf{x}(2) = [0 \ 0]^T$.

- a) $u(0) = -x_1 - 2x_2$, $u(1) = x_1 + x_2$ b) $u(0) = -2x_1 - 2x_2$, $u(1) = 0$ c) $u(0) = -x_1$, $u(1) = -x_2$
 d) $u(0) = -2x_1$, $u(1) = -4x_2$ e) $u(0) = -2x_1 - x_2$, $u(1) = -x_1 - x_2$ f) Ništa od navedenoga!

B grupa

1. PARWA
 $x(t) = (-1)^{|t|}$

$$x_p = \frac{1}{2} ((-1)^{|t|} + (-1)^{|1-t|})$$

$$= \frac{1}{2} ((-1)^{|t|} + (-1)^{|t|}) = (-1)^{|t|}$$

B

2. $x(t) = \sqrt{2} e^{j\pi t} \sin(t + \frac{\pi}{3})$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} 2 \sin^2(t + \frac{\pi}{3}) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot 2 \cdot \int_{-T/2}^{T/2} \frac{1 - \cos(2t + \frac{2\pi}{3})}{2} dt$$

C

$$= \frac{1}{T} \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \left(\frac{T}{2} + \frac{T}{2} \right) \right) = 1$$

3. $x(n) = n / \mu(n) - \mu(n-5)$

C

$$E = \sum_{n=0}^4 n^2 = 0 + 1 + 4 + 9 + 16 = 30$$

4. $x(n) = \cos(\frac{n}{5} + 1)$

$$x(n+N) = \cos(\frac{n+N}{5} + 1)$$

$$\frac{N}{5} = 2k\pi$$

$$N = 10k\pi \neq N$$

A

5. C

6. D

7. $y(n) = (1+\alpha) \sum_{m=0}^n \alpha^m u(n-m)$ $n \in \mathbb{N}_0$
 $\alpha \in (0, 1)$

F

$$u(n) = \mu(n)$$

$$y(n) = (1+\alpha) \sum_{m=0}^n \alpha^m \mu(n-m)$$

$$= (1+\alpha) [\alpha^0 \mu(n) + \alpha^1 \mu(n-1) + \alpha^2 \mu(n-2) + \dots + \alpha^n \mu(0)]$$

$$= (1+\alpha) [1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^n]$$

$$= (1+\alpha) \frac{\alpha^{n+1} - 1}{\alpha - 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y(n) = (1+\alpha) \sum_{m=0}^{\infty} \alpha^m \mu(n-m) = (1+\alpha) [1 + \alpha + \dots + \alpha^n + \dots]$$

$$= (1+\alpha) \frac{1}{1-\alpha}$$

8. $y(n) = e^{j6\pi n} u(n)$
 $= u(n)$

C

9. $\mu(n) \rightarrow y(n) = (n+2)\mu(n)$
 $f(n) \rightarrow h(n)$

$$\sum h(n) = (n+2)\mu(n) \quad E$$

10. E

11. UN, NEPRON. D

B grupe

12. 1.
$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

BEZ MEM

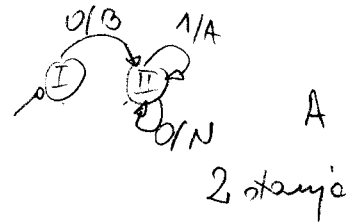
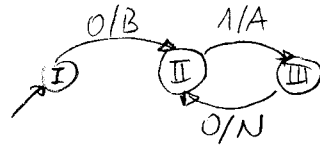
2.
$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

MEM B

13. F

14. F

15. $U_{lari} = \{0, 1\}$
 $U_{lari} = \{B, A, N\}$
$$\begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ B & A & N & A & N & A \end{array}$$



16. $\mu/n \rightarrow y(n) = n\mu(n)$

$g(n) \rightarrow h(n)$

$g(n) = \mu(n) - \mu(n-1)$

$h(n) = y(n) - y(n-1) = n\mu(n) - (n-1)\mu(n-1)$ A

$h(5) = 5\mu(5) - (5-1)\mu(4) = 1$

17. $f(n) = \begin{cases} 1, & n=0, 1, 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$

$g(n) = f(n) * f(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)f(n-k)$

$g(2) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)f(2-k) = f(0)f(2) + f(1)f(1) + f(2)f(0) + f(3)f(-1) + \dots$ D
 $= \dots + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + \dots$
 $= 3$

18. D
A+n

19. ODZIV STANJA D

20. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ $A^2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = A^2 x(0) + AB u(0) + IB u(1)$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u(0) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(1)$$

$$= \begin{bmatrix} 4x_1 + 2u(0) \\ 4x_2 + u(1) \end{bmatrix}$$

$u(0) = -2x_1$
 $u(1) = -4x_2$ D

Signali i sustavi
Prvi međuispit (grupa C) – 2. travnja 2007.

1. Zadan je signal $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, $x(t) = (-1)^{j|t|}$. Odredite neparnu komponentu signala.
a) $\frac{1}{2}((-1)^{jt} + (-1)^{-jt})$ b) $\frac{1}{2}((-1)^{jt} - (-1)^{-jt})$ c) $(-1)^{j|t|}$ d) 0 e) $(-1)^{jt}$ f) Ništa od navedenoga!
2. Zadan je kontinuirani signal $x(t) = 2e^{j\pi t} \sin(t + \pi/3)$. Izračunajte njegovu snagu.
a) 0 b) 1/2 c) 1 d) 2 e) $+\infty$ f) Ništa od navedenoga!
3. Zadan je signal $x(n) = n(\mu(n) - \mu(n-3))$. Energija tog signala je:
a) 5 b) 14 c) 30 d) 55 e) 91 f) Ništa od navedenoga!
4. Zadan je diskretan signal $x(n) = \cos(n/4 + 1)$. Je li signal periodičan i koliki mu je temeljni period?
a) Signal nije periodičan! b) Periodičan je, 8. c) Periodičan je, $\pi/2$. d) Periodičan je, 8π .
e) Periodičan je, period je bilo koji cijeli broj. f) Ništa od navedenoga!
5. Zadan je diskretan signal $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$. Definiramo novi signal $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ na sljedeći način: $\forall n \in \mathbb{Z}$, $f(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(n-kp)$, pri čemu je $p \in \mathbb{N}$. Kada je signal $f(n)$ periodičan? Izaberite najopćenitiji uvjet od ponuđenih uz pretpostavku da suma uvijek konvergira:
a) Ne postoji takav g da bi f bio periodičan. b) Za svaki diskretni signal g . c) Za konstantne diskretne signale g .
d) Za svaki diskretni periodički signal g . e) Za svaki diskretni harmonijski signal g . f) Ništa od navedenoga!
6. Zadan je kontinuiran sustav $S : [\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}] \rightarrow [\mathbb{R} \rightarrow \{-1, 0, 1\}]$. Veza između ulaza i izlaza sustava dana je izrazom

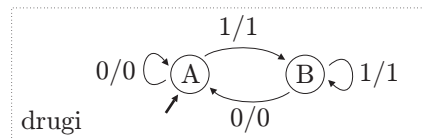
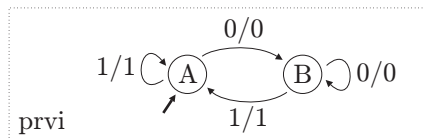
$$y(t) = \begin{cases} -1, & u(t) < 0 \\ 0, & u(t) = 0 \\ 1, & u(t) > 0 \end{cases}$$

koji vrijedi $\forall t \in \mathbb{R}$. Izaberi točnu izjavu:

- a) Sustav je vremenski nepromjenjiv i bezmemorijski! b) Sustav je linearan i vremenski nepromjenjiv!
c) Sustav je nelinearan i memorijski! d) Sustav je nelinearan i vremenski promjenjiv!
e) Sustav je linearan i bezmemorijski! f) Ništa od navedenoga!
7. Zadan je sustav $y(n) = 3(1 - \alpha) \sum_{m=0}^n \alpha^m u(n-m)$, pri čemu dani izraz vrijedi samo za $n \in \mathbb{N}_0$ i $\alpha \in (0, 1)$. Koliko iznosi izlaz sustava u beskonačnosti ako na ulaz sustava dovedemo diskretnu jediničnu stepenicu?
a) -1 b) 0 c) 1 d) 2 e) 3 f) Ništa od navedenoga!
8. Zadan je diskretan sustav $y(n) = e^{j4\pi n} u(n)$. Koja je od ponuđenih tvrdnji točna:
a) Sustav je nelinearan i vremenski promjenjiv. b) Sustav je nelinearan i vremenski nepromjenjiv.
c) Sustav je linearan i vremenski promjenjiv. d) Sustav je linearan i memorijski.
e) Sustav je linearan i vremenski nepromjenjiv. f) Ništa od navedenoga!
9. Odziv diskretnog LTI sustava na jediničnu stepenicu $\mu(n)$ je $y(n) = n\mu(n)$. Ukoliko s $h(n)$ označimo odziv sustava na Kroneckerov δ -impuls izračunajte koliko iznosi $\sum_{m=-\infty}^n h(m)$.
a) $(n-2)\mu(n)$ b) $(n-1)\mu(n)$ c) $n\mu(n)$ d) $(n+1)\mu(n)$ e) $(n+2)\mu(n)$ f) Ništa od navedenoga!
10. Zadan je diskretan linearan sustav S . Ako su poznati odzivi sustava $y_k(n)$ na pobudu $u_k(n) = \delta(n-k)$ za sve $k \in \mathbb{Z}$ za kakve sve ulazne signale možemo odrediti odziv sustava? Izaberite najopćenitiji uvjet od ponuđenih!
a) Na proizvoljne periodične diskretne signale. b) Na proizvoljne diskretne signale.
c) Na proizvoljne konstantne diskretne signale. d) Na proizvoljne harmonijske diskretne signale.
e) Na nikakve. f) Ništa od navedenoga!
11. Odaberite nelinearan vremenski promjenjiv sustav:
a) $y(t) = \frac{1}{u(t)}$ b) $y(t) = t^2 u(t) + 2$ c) $y(t) = u(t-1)$ d) $y(t) = \sin(\frac{\pi}{2} u(t))$ e) $y(t) = 5$
f) Takav nije ponuđen!

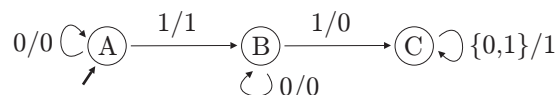
12. Dva automata su zadana slikom. Koja je izjava točna?

- a) Prvi je memorijski sustav, a drugi nije. b) Prvi nije memorijski sustav, a drugi je.
 c) Oba su memorijski sustavi. d) Oba nisu memorijski sustavi.
 e) Na osnovi danih informacija ne možemo zaključiti jesu li memorijski.
 f) Ništa od navedenoga!



13. Konačni automat zadan je slikom. Na ulaz automata doveden je signal $u(n) = 0^k 1^m q^n$, gdje q može biti bilo 0 bilo 1. Oznaka 0^k znači da se znamenka 0 ponavlja k puta, dakle na ulaz automata dovodimo redom k nula, m jedinica te n nula ili jedinica. Kojeg je oblika izlaz iz sustava?

- a) $0^k 10^{m+n-1}$ b) $0^k 10^{m+n+2}$ c) $0^k 10^{m+n-2}$ d) $0^k 10^{m+n}$ e) $0^k 10^{m+n+1}$ f) Ništa od navedenoga!



14. Uređena petorka koja u potpunosti opisuje automat sastoji se od:

- a) ulaza, izlaza, funkcije prijelaza, početnog stanja, konačnog stanja b) ulaza, izlaza, stanja, početnog stanja, konačnog stanja
 c) ulaza i izlaza d) ulaza, izlaza, stanja, funkcije prijelaza, konačnog stanja e) ulaza, izlaza, početnog stanja, funkcije prijelaza
 f) Ništa od navedenoga!

15. Zadan je konačan deterministički automat za koji je $Ulazi = \{0, 1\}$ i $Izlazi = \{B, A, N\}$. Tom automatu na ulaz dovodimo niz 0, 1, 1, 1, 1, 1. Koji je minimalan broj stanja koje taj automat mora imati da bi na izlazu mogao dati niz B, A, N, A, N, A?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6 f) Ništa od navedenoga!

16. Odziv diskretnog LTI sustava na jediničnu stepenicu je $y(n) = (n+2)\mu(n)$, pri čemu je $\mu(n)$ jedinična stepenica. Vrijednost impulsnog odziva u koraku 5 iznosi:

- a) 1 b) 2 c) 5 d) 6 e) 7 f) Ništa od navedenoga!

17. Zadan je diskretni signal $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ kao $f(n) = \begin{cases} 1, & \text{za } n = 0, 1, 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$. Promatramo signal $q(n)$ koji je definiran kao konvolucija $q(n) = f(n) * f(n)$. Koliko iznosi $q(4)$?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) Ništa od navedenoga!

18. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \ 0]$ i $\mathbf{D} = [0]$. Koliko iznosi odziv nepobuđenog sustava uz početne uvjete $\mathbf{x}(0) = [1 \ 1]^T$? Uputa: raspišite $\mathbf{A}^n = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdots \mathbf{A}$ i računajte $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$ itd.

- a) $2 + n$ b) 0 c) n d) 1 e) $1 + n$ f) Ništa od navedenoga!

19. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ i $\mathbf{D}$. Koliko iznosi odziv sustava?

- a) $\mathbf{y}(n) = \mathbf{C}\mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$ b) $\mathbf{y}(n) = \mathbf{C}\mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$
 c) $\mathbf{y}(n) = \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$ d) $\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$
 e) $\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$ f) Ništa od navedenoga!

20. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \ 1]$ i $\mathbf{D} = [1]$. Ukoliko su početni uvjeti $\mathbf{x}(0) = [x_1 \ x_2]^T$ pronađite prve dvije vrijednosti $u(0)$ i $u(1)$ ulaznog signala tako da se sustav u koraku dva nađe u stanju $\mathbf{x}(2) = [0 \ 0]^T$.

- a) $u(0) = -x_1 - 2x_2$, $u(1) = x_1 + x_2$ b) $u(0) = -2x_1 - 2x_2$, $u(1) = 0$ c) $u(0) = -x_1$, $u(1) = -x_2$
 d) $u(0) = -2x_1$, $u(1) = -4x_2$ e) $u(0) = -2x_1 - x_2$, $u(1) = -x_1 - x_2$ f) Ništa od navedenoga!

Groups

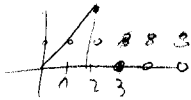
1. D

2. $x(t) = 2e^{j\pi t} \sin(t + \frac{\pi}{3})$

$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} 4 \sin^2(t + \frac{\pi}{3}) dt = \frac{1}{T} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot T = 2$

D

3. $X(n) = n(\mu(n) - \mu(n-3))$



$E = \sum_{n=0}^2 n^2 = 1^2 + 2^2 = 5$

A

4. $x(n) = \cos(\frac{n}{4} + 1)$

$x(n+N) = \cos(\frac{n+N}{4} + 1)$

$\frac{N}{4} = 2\pi$

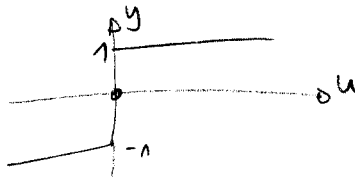
$N = 8\pi \notin \mathbb{N}$

A

5. B

6. $y(t) = \begin{cases} -1, & u(t) < 0 \\ 0, & u(t) = 0 \\ 1, & u(t) > 0 \end{cases}$

$y(t) = \text{sign}(u(t))$



LINEARNOST

$u_1 = -3 \rightarrow y_1 = -1$

$u_2 = 4 \rightarrow y_2 = 1$

$\rightarrow y = 0$

$u_1 + u_2 = 1 \rightarrow y = 1$

$\rightarrow$ NIJE LINEARAN

MEMORIJA

NEMA

VREMENSKA PROMENJIVOST

NEPROMENJIV

A

7. $y(n) = 3(1-\alpha) \frac{1}{1-\alpha} = 3$ E

8. $y(n) = e^{j4\pi n} u(n)$
 $= (\cos(4\pi n) + j\sin(4\pi n)) u(n)$
 $= u(n)$

LIN
 REVM
 NEPROMJ E

9. $y(n) = n\mu(n) \leftarrow \mu(n)$
 $h(n) = ? \leftarrow \begin{cases} f(n) = \mu(n) - \mu(n-1) \\ h(n) = y(n) - \mu(n-1) = n\mu(n) - (n-1)\mu(n-1) \\ \sum h(n) = n\mu(n) \end{cases}$

C

10. D

11. NELIN, PROMJ. B

C grupa

12. 1.
$$\begin{array}{c|ccc|ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & & 1 & 1 & 1 & & 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & & 1 & 1 & 1 & & 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

BEZ MEM

2.
$$\begin{array}{c|ccc|ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & & 0 & 0 & 0 & & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & & 0 & 0 & 0 & & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

BEZ MEM

D

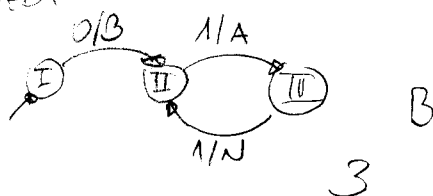
13. F

14. F

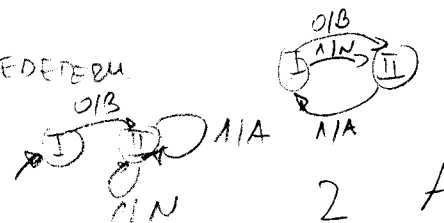
15. $U_{klari} = \{0, 1\}$
 $V_{klari} = \{B, A, N\}$

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & A & N & A & N & A \end{array}$$

DETERM



NEDETERM



16. $y(n) = (n+2)\mu(n) \leftarrow \mu(n)$
 $g(n) \leftarrow g(n) = \mu(n) - \mu(n-1)$

$h(n) = y(n) - y(n-1)$
 $= (n+2)\mu(n) - (n+1)\mu(n-1)$
 $h(5) = 7\mu(5) - (5+1)\mu(4) = 1$

17. $f(n) = \begin{cases} 1, & n=0,1,2 \\ 0, & \text{inac} \end{cases}$

$g(n) = f(n) * f(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k)f(n-k)$

$g(4) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k)f(4-k) = f(-1)f(5) + f(0)f(4) + f(1)f(3) + f(2)f(2) + f(3)f(1) + f(4)f(0) + f(5)f(-1) + \dots$
 $= 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + \dots$
 $= 1$

18. $1+n$ E

19. ODZIV SUSTAVA A

20. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(0) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(1)$

$x_1 + 2x_2 + u(0) = 0$ $u(0) = -x_1 - 2x_2$

$x_2 + u(0) + u(1) = 0$ $u(1) = -x_2 - u(0)$
 $= -x_2 + x_1 + 2x_2$
 $= x_1 + x_2$

A

Signali i sustavi
Prvi međuispit (grupa D) – 2. travnja 2007.

1. Zadan je signal $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, $x(t) = (-1)^{j|t|}$. Odredite parnu komponentu signala:
a) $\frac{1}{2}((-1)^{jt} - (-1)^{-jt})$ b) $\frac{1}{2}((-1)^{jt} + (-1)^{-jt})$ c) $(-1)^{j|t|}$ d) 0 e) $(-1)^{jt}$ f) Ništa od navedenoga!
2. Zadan je kontinuirani signal $x(t) = e^{j\sqrt{2}\pi t} \sin(t + \pi/3)$. Izračunajte njegovu snagu.
a) 0 b) 1/2 c) 1 d) 2 e) $+\infty$ f) Ništa od navedenoga!
3. Zadan je signal $x(n) = n(\mu(n) - \mu(n-6))$. Energija tog signala je:
a) 5 b) 14 c) 30 d) 55 e) 91 f) Ništa od navedenoga!
4. Zadan je diskretan signal $x(n) = \cos(n/2 + 1)$. Je li signal periodičan i koliki mu je temeljni period?
a) Signal nije periodičan! b) Periodičan je, 4. c) Periodičan je, π . d) Periodičan je, 4π .
e) Periodičan je, period je bilo koji cijeli broj. f) Ništa od navedenoga!
5. Zadan je diskretan signal $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$. Definiramo novi signal $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ na sljedeći način: $\forall n \in \mathbb{Z}, f(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(n-kp)$, pri čemu je $p \in \mathbb{N}$. Kada je signal $f(n)$ periodičan? Izaberite najopćenitiji uvjet od ponuđenih uz pretpostavku da suma uvijek konvergira:
a) Za konstantne diskretne signale g . b) Za svaki diskretni harmonijski signal g . c) Za svaki diskretni periodički signal g . d) Za svaki diskretni signal g . e) Ne postoji takav g da bi f bio periodičan. f) Ništa od navedenoga!
6. Zadan je kontinuiran sustav $S : [\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}] \rightarrow [\mathbb{R} \rightarrow \{-1, 0, 1\}]$. Veza između ulaza i izlaza sustava dana je izrazom

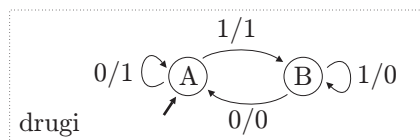
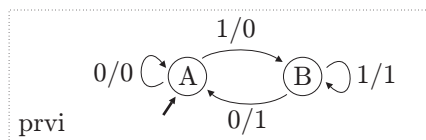
$$y(t) = \begin{cases} -1, & u(t) < 0 \\ 0, & u(t) = 0 \\ 1, & u(t) > 0 \end{cases}$$

koji vrijedi $\forall t \in \mathbb{R}$. Izaberi točnu izjavu:

- a) Sustav je nelinearan i memorijski! b) Sustav je vremenski nepromjenjiv i bezmemorijski!
c) Sustav je linearan i vremenski nepromjenjiv! d) Sustav je linearan i bezmemorijski!
e) Sustav je nelinearan i vremenski promjenjiv! f) Ništa od navedenoga.
7. Zadan je sustav $y(n) = 3(1 + \alpha) \sum_{m=0}^n \alpha^m u(n-m)$, pri čemu dani izraz vrijedi samo za $n \in \mathbb{N}_0$ i $\alpha \in (0, 1)$. Koliko iznosi izlaz sustava u beskonačnosti ako na ulaz sustava dovedemo diskretnu jediničnu stepenicu?
a) -1 b) 0 c) 1 d) 2 e) 3 f) Ništa od navedenoga!
8. Zadan je diskretan sustav $y(n) = e^{-j2\pi n} u(n)$. Koja je od ponuđenih tvrdnji točna:
a) Sustav je nelinearan i vremenski nepromjenjiv. b) Sustav je linearan i vremenski nepromjenjiv.
c) Sustav je linearan i vremenski promjenjiv. d) Sustav je nelinearan i vremenski promjenjiv.
e) Sustav je linearan i memorijski. f) Ništa od navedenoga!
9. Odziv diskretnog LTI sustava na jediničnu stepenicu $\mu(n)$ je $y(n) = (n-1)\mu(n)$. Ukoliko s $h(n)$ označimo odziv sustava na Kroneckerov δ -impuls izračunajte koliko iznosi $\sum_{m=-\infty}^n h(m)$.
a) $(n-2)\mu(n)$ b) $(n-1)\mu(n)$ c) $n\mu(n)$ d) $(n+1)\mu(n)$ e) $(n+2)\mu(n)$ f) Ništa od navedenoga!
10. Zadan je diskretan linearan sustav S . Ako su poznati odzivi sustava $y_k(n)$ na pobudu $u_k(n) = \delta(n-k)$ za sve $k \in \mathbb{Z}$ za kakve sve ulazne signale možemo odrediti odziv sustava? Izaberite najopćenitiji uvjet od ponuđenih!
a) Na proizvoljne konstantne diskretne signale. b) Na nikakve.
c) Na proizvoljne diskretne signale. d) Na proizvoljne periodične diskretne signale.
e) Na proizvoljne harmonijske diskretne signale. f) Ništa od navedenoga!
11. Odaberite linearan vremenski promjenjiv sustav:
a) $y(t) = e^{u(t)}$ b) $y(t) = (1 + \sin(t))u(t)$ c) $y(t) = u(t-4)$ d) $y(t) = \sin(\frac{\pi}{2}u(t))$ e) $y(t) = 7$
f) Takav nije ponuđen!

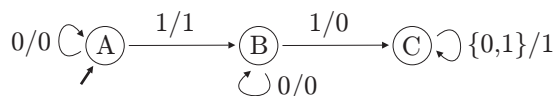
12. Dva automata su zadana slikom. Koja je izjava točna?

- a) Prvi je memorijski sustav, a drugi nije. b) Prvi nije memorijski sustav, a drugi je.
 c) Oba su memorijski sustavi. d) Oba nisu memorijski sustavi.
 e) Na osnovi danih informacija ne možemo zaključiti jesu li memorijski.
 f) Ništa od navedenoga!



13. Konačni automat zadan je slikom. Na ulaz automata doveden je signal $u(n) = 0^k 1^m q^n$, gdje q može biti bilo 0 bilo 1. Oznaka 0^k znači da se znamenka 0 ponavlja k puta, dakle na ulaz automata dovodimo redom k nula, m jedinica te n nula ili jedinica. Kojeg je oblika izlaz iz sustava?

- a) $0^k 10^{m+n+2}$ b) $0^k 10^{m+n-2}$ c) $0^k 10^{m+n-1}$ d) $0^k 10^{m+n}$ e) $0^k 10^{m+n+1}$ f) Ništa od navedenoga!



14. Uređena petorka koja u potpunosti opisuje automat sastoji se od:

- a) ulaza, izlaza, stanja, početnog stanja, konačnog stanja b) ulaza, izlaza, funkcije prijelaza, početnog stanja, konačnog stanja
 c) ulaza i izlaza d) ulaza, izlaza, početnog stanja, funkcije prijelaza e) ulaza, izlaza, stanja, funkcije prijelaza, konačnog stanja
 f) Ništa od navedenoga!

15. Zadan je konačan deterministički automat za koji je $Ulazi = \{0, 1\}$ i $Izlazi = \{B, A, N\}$. Tom automatu na ulaz dovodimo niz 1, 1, 1, 0, 0, 1. Koji je minimalan broj stanja koje taj automat mora imati da bi na izlazu mogao dati niz B, A, N, A, N, A?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6 f) Ništa od navedenoga!

16. Odziv diskretnog LTI sustava na jediničnu stepenicu je $y(n) = (n-1)\mu(n)$, pri čemu je $\mu(n)$ jedinična stepenica. Vrijednost impulsnog odziva u koraku 5 iznosi:

- a) 1 b) 2 c) 5 d) 6 e) 7 f) Ništa od navedenoga!

17. Zadan je diskretni signal $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ kao $f(n) = \begin{cases} 1, & \text{za } n = 0, 1, 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$. Promatramo signal $q(n)$ koji je definiran kao konvolucija $q(n) = f(n) * f(n)$. Koliko iznosi $q(5)$?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) Ništa od navedenoga!

18. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \ 0]$ i $\mathbf{D} = [0]$. Koliko iznosi odziv nepobuđenog sustava uz početne uvjete $\mathbf{x}(0) = [1 \ 1]^T$? Uputa: raspišite $\mathbf{A}^n = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdots \mathbf{A}$ i računajte $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$ itd.

- a) $1+n$ b) $2+n$ c) 0 d) 1 e) n f) Ništa od navedenoga!

19. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ i $\mathbf{D}$. Koliko iznosi odziv stanja sustava?

- a) $\mathbf{y}(n) = \mathbf{C}\mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$ b) $\mathbf{y}(n) = \mathbf{C}\mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$
 c) $\mathbf{y}(n) = \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$ d) $\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$
 e) $\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}^n\mathbf{x}(0) + \mathbf{D}\mathbf{u}(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{A}^{n-1-m}\mathbf{B}\mathbf{u}(m)$ f) Ništa od navedenoga!

20. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \ 1]$ i $\mathbf{D} = [1]$. Ukoliko su početni uvjeti $\mathbf{x}(0) = [x_1 \ x_2]^T$ pronađite prve dvije vrijednosti $u(0)$ i $u(1)$ ulaznog signala tako da se sustav u koraku dva nađe u stanju $\mathbf{x}(2) = [0 \ 0]^T$.

- a) $u(0) = -x_1 - 2x_2$, $u(1) = x_1 + x_2$ b) $u(0) = -2x_1 - 2x_2$, $u(1) = 0$ c) $u(0) = -x_1$, $u(1) = -x_2$
 d) $u(0) = -2x_1$, $u(1) = -4x_2$ e) $u(0) = -2x_1 - x_2$, $u(1) = -x_1 - x_2$ f) Ništa od navedenoga!

D grupa

1. C

$$2. \quad x(t) = e^{j\sqrt{2}\pi t} \sin(t + \frac{\pi}{3})$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \sin^2(t + \frac{\pi}{3}) dt = \frac{1}{2}$$

$$3. \quad x(n) = n \cdot (\mu(n) - \mu(n-6))$$

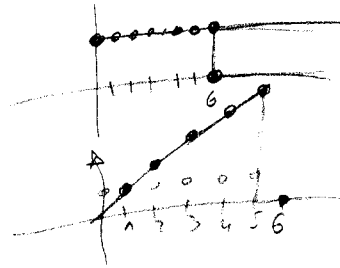
$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$$

$$= \sum_{n=0}^5 n^2$$

$$= 0 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$$

$$= 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55$$

B



D

$$4. \quad x(n) = \cos(\frac{n}{2} + 1)$$

$$x(n+N) = \cos(\frac{n+N}{2} + 1)$$

$$\frac{N}{2} = 2\pi$$

$$N = 4\pi \neq \mathbb{N}$$

A

$$5. \quad f(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(n-kp) = g(n) + g(n-p) + g(n-2p) + \dots$$

periodic

$$f(0) = g(2p) + g(p) + g(0) + g(-p) + \dots$$

$$p=1 \Rightarrow 1+2+3=6$$

$$p=2 \Rightarrow 1+3=4$$

$$f(1) = g(1+p) + g(p) + g(1-p) + g(1) + \dots$$

$$p=1 \Rightarrow 1+2+3=6$$

$$p=2 \Rightarrow 2$$

$$f(2) = g(2+p) + g(p) + g(2-p) + g(2-2p) + \dots$$

$$p=1 \Rightarrow 1+2+3=6$$

$$p=2 \Rightarrow 1+3=4$$

6. B

$$7. \quad y(n) = 3(1+\alpha)^{\frac{1}{1-\alpha}} F$$

$$8. \quad y(n) = e^{-j2\pi n} u(n)$$

$$= (\cos 2\pi n - j \sin 2\pi n) u(n)$$

$$= u(n)$$

LINEARNO
BEZ MEMORIJE
VREM. NE PROMJ. B

$$9. \quad \mu(n) \rightarrow y(n) = (n-1)\mu(n)$$

$$\delta(n) \rightarrow u(n)$$

B

$$\delta(n) = \mu(n) - \mu(n-1)$$

$$h(n) = y(n) - y(n-1) = (n-1)\mu(n) - (n-2)\mu(n-1)$$

$$\sum_{m=-\infty}^n h(m) = (-1-1)\mu(1-1) - (-1-2)\mu(1-2) + (0-1)\mu(1-0) + (0-2)\mu(1-1) + (1-1)\mu(1) - (1-2)\mu(1-0)$$

$$+ \mu(2) - 0\mu(1) + 2\mu(3) - \mu(2) + \dots + (n-2)\mu(n-1) - (n-3)\mu(n-2)$$

$$+ (n-1)\mu(n) - (n-2)\mu(n-1)$$

$$= (n-1)\mu(n)$$

10. D < S S

$$u_E(n) = \delta(n-E) \rightarrow y_E(n)$$

$$u_0(n) = \delta(n) \rightarrow y_0(n)$$

$$u_1(n) = \delta(n-1) \rightarrow y_1(n)$$

$$u = \sum u_E \rightarrow y = \sum y_E$$

C

11. LIN, PROMJ. B

D grupe

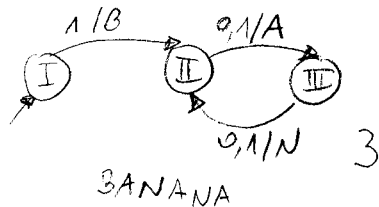
12. $\begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$
MEM

2. $\begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{matrix}$ C
MEM

13. F

14. F

15. $U_{kari} = \{0, 1\}$
 $h_{kari} = \{B, A, N\}$
 $\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ B & A & N & A & N & A \end{matrix}$



B

16. $\mu(n) \rightarrow y(n) = (n-1)\mu(n)$
 $d(n) \rightarrow h(n)$

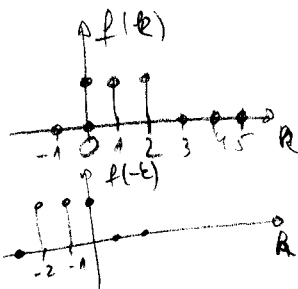
$f(n) = \mu(n) - \mu(n-1)$

$h(n) = g(n) - y(n-1) = (n-1)\mu(n) - (n-2)\mu(n-1)$ A

$h(5) = (5-1)\mu(5) - (5-2)\mu(5-1) = 4-3 = 1$

17. $f(n) = \begin{cases} 1, & n=0,1,2 \\ 0, & \text{in } \mathbb{N} \end{cases}$

$g(n) = f(n) * f(n)$
 $= \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)f(n-k)$



$g(5) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)f(5-k)$

$g(5) = f(0)f(5) + f(1)f(4) + f(2)f(3) + f(3)f(2) + f(4)f(1) + f(5)f(0)$
 $= 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0$

A

18. $1+n$ A

19. OZZIV STANJA D

20. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$

$D = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

$x(0) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ $x(2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$u(0), u(1)$

$x(2) = A^2 x(0) + \sum_{m=0}^1 A^{2-1-m} B u(m)$

$= A^2 x(0) + A B u(0) + I B u(1)$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(0) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$u(0) = -x_1$

$u(1) = -x_2$

C